

Тукмаков Дмитрий Алексеевич

Кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник,
Институт механики и машиностроения –
обособленное структурное подразделение
Федерального исследовательского центра
«Казанский научный центр Российской
академии наук»
(Казань, Россия)
E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

Tukmakov Dmitrii Alekseevich

PhD in Physico-Mathematical Sciences,
Researcher,
Institute of Mechanics and Engineering –
Subdivision of the Federal State Budgetary
Institution of Science «Kazan Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences»
(Kazan, Russia)
E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫТЕСНЕНИЯ
АЭРОЗОЛЯ ПОТОКОМ ГАЗА**

**NUMERICAL SIMULATION OF
AEROSOL DISPLACEMENT BY
GAS FLOW**

Аннотация. В работе приводятся математическая модель и численные расчеты динамики капель в потоке газа. Для описания нестационарных процессов аэродинамики взвесей использована математическая модель динамики неравновесной многофазной среды, основанная на двухскоростном двухтемпературном приближении механики взаимопроникающих континуумов. Математическая модель учитывала вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей среды, а также силовое взаимодействие несущей и дисперсной фазы и межфазный теплообмен. С помощью программной реализации математической модели проведено численное исследование дробления капель аэрозоля вследствие воздействия скоростного потока газа.

Abstract. The paper presents a mathematical model and numerical calculations of the dynamics of droplets in a gas stream. To describe the unsteady processes of aerodynamics of suspensions, a mathematical model of the dynamics of a nonequilibrium multiphase medium is used, based on a two-speed two-temperature approximation of the interpenetrating continua mechanics. The mathematical model took into account the viscosity, compressibility and thermal conductivity of the carrier medium, as well as the force interaction of the carrier and dispersed phase and interphase heat transfer. Using the software implementation of the mathematical model, a numerical study of the fragmentation of aerosol droplets due to the influence of a high-speed gas flow was carried out.

Ключевые слова: модель движения многофазной среды, силы аэродинамического взаимодействия, уравнение Навье – Стокса

Keywords: model of a multiphase medium motion, aerodynamic interaction forces, Navier – Stokes equation

Благодарность. Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00442 «Особенности и эффекты волновой динамики многофазных сред»).

Введение

Одним из актуальных разделов современной механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред, данной тематике посвящен ряд монографий и публикаций в периодических изданиях¹. Неоднородные среды могут быть гомогенными смесями жидкостей или газов или гетерогенными смесями, содержащими в себе компоненты с различным агрегатным состоянием. Отличие динамики гетерогенных смесей от классической гидродинамики связано с наличием эффектов, вызванных межкомпонентным взаимодействием². Одним из видов гетерогенных смесей являются аэрозоли – газовые взвеси жидких капель. Проблема удаления дисперсной компоненты аэрозольных сред в каналах, трубах и емкостях встречается в ряде вопросов промышленной энергетики³. Изучение динамики аэрозольных сред в том случае, когда капельная компонента смеси имеет массовую долю, сопоставимую с массовой долей газа, требует использования математических моделей, учитывающих инерционное и тепловое взаимодействие газовой и капельной фаз смеси⁴. В данной работе проводится моделирование процесса вытеснения дисперсной компоненты смеси из канала движущимся потоком чистого газа.

¹ См. об этом: Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвешах частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.; Веревкин А. А., Циркунов Ю. М. Течение дисперсной примеси в сопле Лаваля и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – № 5. – С. 102–113; Пахомов М. А., Терехов В. И. Влияние испарения капель на структуру течения и тепломассообмен в ограниченном закрученном газокапельном потоке за его внезапным расширением // Теплофизика и аэромеханика. – 2018. – № 6. – С. 865–875; Saikat S., Meheboob A. Revisiting ignited-quenched transition and the non-Newtonian rheology of a sheared dilute gas-solid suspension // Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – Vol. 833. – P. 206–246; Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. – 2019. – Vol. 345. – P. 346–351; Садин Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2016. – № 12. – С. 2098–2109; Баянов Р. И., Тукмаков А. Л. Численная модель динамики односкоростной парогазокапельной среды // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2015. – № 1. – С. 19–25.

² См. об этом: Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвешах частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.

³ См. об этом: Федяев В. Л. Математическое моделирование и оптимизация градиен // Труды Академэнерго. – 2009. – № 3. – С. 91–107; Федяев В. Л., Власов Е. М. Расчет эксплуатационных характеристик оросительных градиен // Тепловые процессы в технике. – 2012. – Т. 4. – № 1. – С. 42–48.

⁴ Садин Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2016. – № 12. – С. 2098–2109.

Основная часть

Методы исследования

Движение несущей среды описывается одномерной системой уравнений Навье – Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с включением слагаемых, отвечающих за силовое взаимодействие и теплообмен между компонентами смеси¹:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau) &= -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p - \tau]u + \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \\ &= Q - |F|(u - u_1) - \alpha \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \right), \\ \tau &= \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x}. \end{aligned} \tag{1}$$

Динамика дисперсной компоненты смеси описывается системой уравнений, включающей в себя:

- уравнение сохранения «средней плотности» – произведение физической плотности материала частиц и объемного содержания дисперсной фазы, изменяющегося на различных участках физической области вместе с движением частиц аэрозоля;
- уравнения сохранения импульса и энергии, записанные с учетом теплообмена и обмена импульсом с несущей компонентой:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) &= F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \\ \frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) &= -Q, \\ \rho_1 &= \alpha \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_p T_1, \\ F_s &= \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho |u - u_1|(u - u_1), \quad F_A = \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right), \\ F_{am} &= 0.5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right), \\ F &= F_s + F_A + F_{am}, \end{aligned} \tag{2}$$

¹ См. об этом: Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.

$$C_{d2} = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0.5}} + 0,4,$$

$$M_1 = |u - u_1| / c, \quad Re_1 = \rho |u - u_1| 2r / \mu, \quad Pr = \gamma C_p \mu / \lambda.$$

В работе используются следующие обозначения: p , ρ , u – давление, плотность, скорость несущей среды; T , e – температура и полная энергия газа; ρ_1 , T_1 , e_1 , u_1 – «средняя плотность», температура, внутренняя энергия, скорость дисперсной фазы. Температура несущей среды вычисляется с помощью уравнения $T = (\gamma - 1)(e / \rho - 0.5u^2) / R$, где R – газовая постоянная несущей компоненты. Силовое взаимодействие несущей и дисперсной фазы учитывает силу Стокса – F_s , силу Архимеда – F_A и силу присоединенных масс – F_{am} , воздействующих на частицы дисперсной фазы. Математическая модель предполагает монодисперсный состав дисперсной фазы газозвеси – все частицы имеют одинаковый размер и одинаковые физические свойства (плотность и теплоемкость материала). Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_1 = \rho_1 C_p T_1$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы вещества, из которого состоят частицы. В уравнение энергии для несущей фазы $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T - T_1) n = 6\alpha Nu \lambda (T - T_1) / (2r)^2$, где n – концентрация частиц, $Nu = 2\alpha r^T / \lambda$, входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена на поверхности частицы α^T и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля¹:

$$Nu = 2 \exp(-M_1) + 0,459 Re_1^{0.55} Pr^{0.33}, \quad 0 \leq M_1 \leq 2, \quad 0 \leq Re_1 < 2 \cdot 10^5.$$

Система уравнений двухфазной двухскоростной двухтемпературной газозвеси записывается в безразмерном виде в обобщенных координатах. Через ρ_0 , c , L обозначаются невозмущенные значения плотности и скорости звука в газе, а также характерный линейный размер задачи. Безразмерные переменные обозначим значком «~». Тогда $\rho = \rho_0 \tilde{\rho}$, $u = c \tilde{u}$, $p = \rho_0 c^2 \tilde{p}$, $x = L \tilde{x}$, $t = (L / c) \tilde{t}$, $T = \tilde{T} / (\rho_0 L c^3)$. Эти выражения подставляются в уравнения неразрывности, сохранения импульса и энергии газа. Для получения безразмерных уравнений движения фракции частиц используем соотношения: $\rho_1 = \rho_{10} \tilde{\rho}_1$, $u_1 = c \tilde{u}_1$, $e_1 = (\rho_{10} C_p T_{10}) \tilde{e}_1$. Здесь ρ_{10} – невозмущенная «средняя плотность» частиц аэрозоля, α – начальное объемное содержание дисперсной компоненты, ρ_T – плотность вещества дисперсной фазы, C_p и T_{10} – удельная теплоемкость и выбранная для перехода к безразмерным величинам температура дисперсной фазы. Далее значок «~» опустим. В обобщенных координатах² система уравнений движения двухфазной двухтемпературной двухскоростной монодисперсной смеси в безразмерных переменных приобретает вид:

¹ Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.

² Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – 502 S.

$$\mathbf{q}_t + \mathbf{E}_\xi = \mathbf{H},$$

$$\mathbf{q} = \left[\frac{\rho}{J}, \frac{\rho_1}{J}, \frac{\rho u}{J}, \frac{\rho_1 u_1}{J}, \frac{e}{J}, \frac{e_1}{J} \right]^T, \quad J = \xi_x, \quad (3)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \rho u / J \\ \rho_1 u_1 / J \\ (\rho u^2 + p - \tau_{xx}) / J \\ \rho_1 u_1^2 / J \\ ((e + p - \tau_{xx})u + \lambda \partial T / \partial x) / J \\ e_1 u_1 / J \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\hat{F} + \alpha \partial(\rho u) / \partial x}{J} \\ \frac{\hat{F} \rho_0 / \rho_{10} + \alpha \partial(\rho u) / \partial x}{J} \\ \frac{\hat{Q} - |\hat{F}|(u - u_1) + \alpha \partial(\rho u) / \partial x}{J} \\ \frac{\hat{Q}}{J} \end{bmatrix}.$$

При переходе к безразмерным переменным сила межфазного взаимодействия и тепловой поток приобретают следующий вид:

$$\hat{F} = F(c / L \rho_0), \quad \hat{Q} = QL / \rho_0 c^3.$$

Физическая область течения в переменных (x, t) отображается на единичный интервал $[0, 1]$ в переменных (ξ, t) . В правой части системы были введены обозначения для пространственных производных: $\partial / \partial x = \xi_x \partial / \partial \xi$.

Система (3) решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка¹ с последующим применением схемы нелинейной коррекции решения². Явная схема Мак-Кормака включает в себя последовательно выполняемые шаги предиктор (4) и корректор (5):

$$\mathbf{q}_j^* = \mathbf{q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{E}_{j+1}^n - \mathbf{E}_j^n) + \Delta t \mathbf{H}_j^n, \quad (4)$$

$$\mathbf{q}_j^{n+1} = 0,5(\mathbf{q}_j^n + \mathbf{q}_j^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta \xi} (\mathbf{E}_j^* - \mathbf{E}_{j-1}^*) + 0,5 \Delta t \mathbf{H}_j^*. \quad (5)$$

Пространственные производные, входящие в вектор потоков $\mathbf{E}$, на шагах предиктор и корректор представляются при помощи односторонних конечноразностных операторов. На шаге предиктор для аппроксимации производных по ξ , входящих в $\mathbf{E}_{j+1}^n$, $\mathbf{E}_j^n$, применяются левые разностные схемы первого порядка точности, на шаге корректор – правые.

¹ Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – 502 S.

² Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. – 1993. – № 3. – С. 74–83.

Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции¹ после перехода на новый временной слой при $t=t^{n+1}$. Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль всех узлов для функции Z – одной из координат вектора $\mathbf{q} = (\rho, u, e, \rho_1, u_1, e_1)^T$.

В случае если выполняются условия $(\delta Z_{j-1/2} \cdot \delta Z_{j+1/2}) < 0$ или $(\delta Z_{j+1/2} \cdot \delta Z_{j+3/2}) < 0$, то к функции Z в j -ом узле применяется алгоритм схемы коррекции:

$$\tilde{Z}_j = Z_j + \kappa (\delta Z_{j+1/2} - \delta Z_{j-1/2}).$$

Нижний индекс обозначает номер узла сетки. Здесь использованы следующие обозначения:

$$\delta Z_{j-1/2} = Z_j - Z_{j-1}, \quad \delta Z_{j+1/2} = Z_{j+1} - Z_j, \quad \delta Z_{j+3/2} = Z_{j+2} - Z_{j+1},$$

$\tilde{Z}_j$ – значение функции после перехода на $(n+1)$ -ый временной слой по схеме Мак-Кормака, κ – коэффициент коррекции.

На границах расчетной области задавались однородные граничные условия Неймана для динамических функций двухфазной среды, на входной границе канала задавалась начальная скорость газового потока²:

$$\begin{aligned} u(t, N) &= u(t, N-1), \quad u_1(t, N) = u_1(t, N-1), \\ p(t, N) &= p(t, N-1), \quad p(t, N) = p(t, N-1), \\ e(t, N) &= e(t, N-1), \quad e_1(t, N) = e_1(t, N-1), \\ T(t, N) &= T(t, N-1), \quad T_1(t, N) = T_1(t, N-1), \\ \rho(t, N) &= \rho(t, N-1), \quad \rho_1(t, N) = \rho_1(t, N-1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u(t, 1) &= u_0, \quad u_1(t, 1) = u_0, \quad p(t, 1) = p(t, 2), \quad e(t, 1) = e(t, 2), \quad e_1(t, 1) = e_1(t, 2), \\ T(t, 1) &= T(t, 2), \quad T_1(t, 1) = T_1(t, 2), \quad \rho(t, 1) = \rho(t, 2), \quad \rho_1(t, 1) = \rho_1(t, 2). \end{aligned}$$

Численное решение проводилось на равномерной сетке с количеством узлов вдоль оси $x - N_x = 1000$. Шаг по времени вычислялся, исходя из условия Куранта–Фридрихса–Леви³. Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели был реализован на языке Fortran.

Использованная в работе методика математического моделирования динамики неоднородных сред тестировалась сопоставлением с аналитическими решениями

¹ Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. – 1993. – № 3. – С. 74–83.

² Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.

³ Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – 502 S.

динамики гомогенных смесей¹, численными расчетами динамики газозвесей известными из литературы² и результатами физических экспериментов³.

На рис. 1 представлено изображение канала, заполненного запыленной средой, с втекающим в него чистым газом; предполагалось, что в начальный момент времени двухфазная среда покоится, объемное содержание дисперсной фазы $\alpha=0,001$, длина канала $L=0,5$ м, физическая плотность материала частиц $\rho_{20}=1000$ кг/м³, диаметр сферических частиц $d=200$ мкм, скорость втекающего в канал потока газа $u_0=30$ м/с.

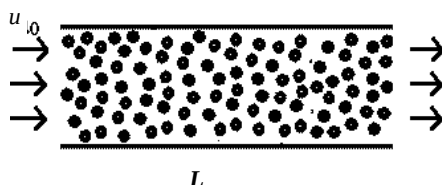


Рис. 1. Схематичное изображение канала, заполненного двухфазной средой

В процессе прохождения потока газа в аэрозольную среду в начальный момент времени происходит уплотнение «средней плотности» дисперсной компоненты смеси, после чего вследствие массопереноса дисперсной составляющей аэрозоля «средняя плотность» дисперсной компоненты уменьшается (см. рис. 2). При этом в процессе движения аэрозольной компоненты по каналу происходит увеличение «средней плотности» в направлении движения потока газа (см. рис. 3).

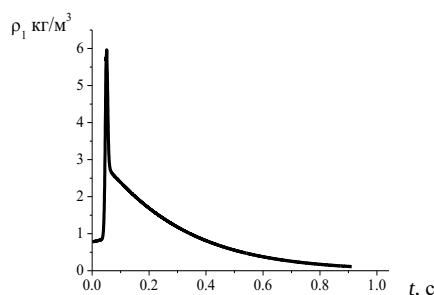


Рис. 2. Временная зависимость «средней плотности» дисперсной фазы от времени на середине канала $x=L/2$

¹ Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2014. – № 3–4. – С. 38–43.

² См. об этом: Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц // Математическое моделирование. – 2014. – № 10. – С. 109–119.

³ Нигматуллин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук. – 2019. – № 4. – С. 418–421.

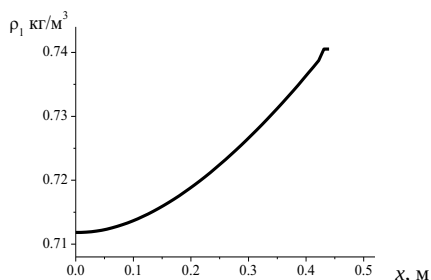


Рис. 3. Пространственное распределение «средней плотности» дисперсной фазы в момент времени $t=0,6$ с

Выводы

С помощью численного моделирования исследован процесс вытеснения аэрозольной среды из канала движущимся потоком газа. Выявлено, что данный процесс состоит из двух стадий: на первой стадии происходит рост концентрации частиц аэрозоля, на второй – вытеснение частиц дисперсной фазы из канала, их концентрация уменьшается. При этом в процессе вытеснения дисперсных частиц потоком газа их наибольшая «средняя плотность» наблюдается в той части канала, из которой вытекает аэрозоль. Процесс роста концентрации дисперсной компоненты смеси в начальный момент времени вызван инерционностью частиц дисперсной фазы. Выявить данную закономерность позволило использование программной реализации математической модели гетерогенной смеси со скоростной неравновесностью компонент.

Литература

- Баянов Р. И., Тукмаков А. Л. Численная модель динамики односкоростной парогазокапельной среды // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2015. – № 1. – С. 19–25.
- Веревкин А. А., Циркунов Ю. М. Течение дисперсной примеси в сопле Лавала и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // Прикладная механика и техническая физика. – 2008. – № 5. – С. 102–113.
- Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Исследование динамики двухкомпонентного газа с пространственно разделенными в начальный момент компонентами // Известия вузов. Проблемы энергетики. – 2014. – № 3–4. – С. 38–43.
- Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц // Математическое моделирование. – 2014. – № 10. – С. 109–119.
- Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.
- Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. – 1993. – № 3. – С. 74–83.
- Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
- Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук. – 2019. – № 4. – С. 418–421.

Пахомов М. А., Терехов В. И. Влияние испарения капель на структуру течения и тепло-массообмен в ограниченном закрученном газокapельном потоке за его внезапным расширением // Теплофизика и аэромеханика. – 2018. – № 6. – С. 865–875.

Садин Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2016. – № 12. – С. 2098–2109.

Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.

Федяев В. Л. Математическое моделирование и оптимизация градиен // Труды Академэнерго. – 2009. – № 3. – С. 91–107.

Федяев В. Л., Власов Е. М. Расчет эксплуатационных характеристик оросительных градиен // Тепловые процессы в технике. – 2012. – Т. 4. – № 1. – С. 42–48.

Fletcher C. A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – 502 S.

Saikat S., Meheboob A. Revisiting ignited-quenched transition and the non-Newtonian rheology of a sheared dilute gas-solid suspension // Journal of Fluid Mechanics. – 2017. – Vol. 833. – P. 206–246.

Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. – 2019. – Vol. 345. – P. 346–351.

References

Baianov R. I., Tukmakov A. L. Chislennaia model' dinamiki odnoskorostnoi parogazokapel'noi sredy [A numerical model of the dynamics of a single-speed vapor-gas-droplet medium]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaia tekhnika* [Proceedings of the Higher Educational Institutions. Aviation Engineering], 2015, no. 1, pp. 19–25.

Verevkin A. A., Tsirkunov Iu. M. Techenie dispersnoi primesi v sople Lavalia i rabochei seksii dvukhfaznoi giperzvukovoi udarnoi truby [Dispersed impurity flow in a Laval nozzle and working section of a two-phase hypersonic shock tube]. *Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika* [Journal of Applied Mechanics and Technical Physics], 2008, no. 5, pp. 102–113.

Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Issledovanie dinamiki dvukhkompnentnogo gaza s prostranstvenno razdelenymi v nachal'nyi moment komponentami [Investigation of the dynamics of a two-component gas with components spatially separated at the initial moment]. *Izvestiia vuzov. Problemy energetiki* [Proceedings of the Higher Educational Institutions. Energy sector problems], 2014, no. 3–4, pp. 38–43.

Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Chislennoe issledovanie evoliutsii udarnoi volny v gazozvesi s uchetom neravnomernogo raspredeleniia chastits [Numerical study of the evolution of a shock wave in a gas suspension taking into account the uneven distribution of particles]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical Models and Computer Simulations], 2014, no. 10, pp. 109–119.

Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. St Petersburg: Nedra, 2003. 284 p.

Muzafarov I. F., Utiuzhnikov S. V. Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniuu nestatsionarnykh techenii szhimaemogo gaza [Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of a compressible gas]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical models and Computer Simulations], 1993, no. 3, pp. 74–83.

Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznykh sred: v 2 ch.* [The dynamics of multiphase media: in 2 volumes]. Moscow: Nauka, 1987, vol. 1. 464 p.

Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Udarno-volnovoi razlet gazovzvesei [Shock-wave expansion of gas suspensions]. *Doklady Akademii nauk* [Reports of the Academy of Sciences], 2019, no. 4, pp. 418–421.

Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel' T. A. *Volnovye protsessy v gazovzvesiakh chastits metallov* [Wave processes in gas-suspended particles of metals]. Novosibirsk: Parallel'. 301 p.

Pakhomov M. A., Terekhov V. I. Vliianie ispareniiia kapel' na strukturu techeniia i teplomassoobmen v ogranichenom zakruchennom gazokapel'nom potoke za ego vnezapnym rasshireniem [The effect of droplet evaporation on the flow structure and heat and mass transfer in a limited swirling gas-droplet flow due to its sudden expansion]. *Teplofizika i aeromekhanika* [Thermophysics and Aeromechanics], 2018, no. 6, pp. 865–875.

Sadin D. V. TVD-skema dlia zhestkikh zadach volnvoi dinamiki geterogennykh sred negiperbolicheskogo nekonservativnogo tipa [TVD scheme for tough problems of wave dynamics of heterogeneous media of non-hyperbolic non-conservative type]. *Zhurnal vychislitel'noi matematiki i matematicheskoi fiziki* [Computational Mathematics and Mathematical Physics], 2016, no. 12, pp. 2098–2109.

Fediaev V. L. Matematicheskoe modelirovanie i optimizatsiia gradiren [Mathematical modeling and optimization of cooling towers]. *Trudy Akademenergo* [Transactions of Academenergo], 2009, no. 3, pp. 91–107.

Fediaev V. L., Vlasov E. M. Raschet ekspluatatsionnykh kharakteristik orositel'nykh gradiren [Calculation of operational characteristics of irrigation cooling towers]. *Teplovyie protsessy v tekhnike* [Thermal processes in engineering], 2012, vol. 4, no. 1, pp. 42–48.

Fletcher C. A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer-Verlag, 1988. 502 p.

Saikat S., Meheboob A. Revisiting ignited-quenched transition and the non-Newtonian rheology of a sheared dilute gas-solid suspension. *Journal of Fluid Mechanics*, 2017, vol. 833, pp. 206–246.

Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 2019, vol. 345, pp. 346–351.

Для цитирования: Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6 (93). – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2

For citation: Tukmakov D. A. Numerical simulation of aerosol displacement by gas flow. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2019, no. 6 (93), pp. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2