

Вестник Череповецкого государственного университета. 2022. № 5 (110). С. 20–28.
Cherepovets State University Bulletin, 2022, no. 5 (110), pp. 20–28.

Научная статья
УДК 681.514
<https://doi.org/10.23859/1994-0637-2021-5-110-2>

**Нелинейная задача в информационном канале
с пуассоновской составляющей**

Александр Михайлович Водовозов

Вологодский государственный университет,
Вологда, Россия

am.vodovozov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4900-2029>

Аннотация. В статье анализируется процесс передачи данных по информационному каналу с частотной модуляцией, в котором несущим сигналом является импульсный поток с пуассоновским распределением событий. Информационным параметром такого сигнала служит мгновенная плотность потока. На практике в существующей типовой структуре обработки сигнала, рассмотренной в исследовании, оценка мгновенной плотности подменяется оценкой интенсивности потока, что приводит к появлению погрешности от статистического сглаживания нелинейности в процессе преобразования сигнала на приемной стороне, к установлению противоречивых требований к выбору параметров системы при ее оптимизации. Ситуация анализируется в динамических режимах, когда сигналы, передаваемые по такому стохастическому каналу, изменяются во времени и информационный поток становится нестационарным. Процесс обработки данных рассматривается с учетом нелинейности канала и ограниченного периода дискретизации. В работе предлагаются расчетные формулы для анализа методической погрешности, вызванной статистическим сглаживанием нелинейности канала. Для проверки и подтверждения результатов теоретических исследований использован свободно распространяемый пакет программ Scilab.

Ключевые слова: информационный канал, частотная модуляция, поток Пуассона, нелинейное преобразование, статистическое сглаживание

Для цитирования: Водовозов А. М. Нелинейная задача в информационном канале с пуассоновской составляющей // Вестник Череповецкого государственного университета. 2022. № 5 (110). С. 20–28. <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-5-110-2>

© Водовозов А. М., 2022

A nonlinear problem in the information channel with a Poisson component

Alexandr M. Vodovozov

Vologda State University,
Vologda, Russia

am.vodovozov@gmail.com, <https://orcid.org/0000-0002-4900-2029>

Abstract. The article considers the process of data transmission over an information channel with frequency modulation, in which the carrier signal is a pulse stream with a Poisson distribution of events. The information parameter of such a signal is the instantaneous flux density. In practice, in the existing typical signal processing structure, the instantaneous density estimate is replaced by the flux intensity estimate, which results in an error from the statistical smoothing of nonlinearity in the process of signal conversion on the receiving side to conflicting requirements for the choice of system parameters during its optimization. The situation is analyzed in dynamic modes, when the signals transmitted over such a stochastic channel change in time and the information flow becomes non-stationary. The data processing operation is considered due to the non-linearity of the channel and the limited sampling period. The paper proposes calculation formulas for the analysis of the methodological error caused by the statistical smoothing of the channel nonlinearity. The free-distribution Scilab software package was used to verify and confirm the results of theoretical studies

Keywords: information channel, frequency modulation, Poisson flow, nonlinear transformation, statistical smoothing

For citation: Vodovozov A. M. A nonlinear problem in the information channel with a Poisson component. *Cherepovets State University Bulletin*, 2022, no. 5 (110), pp. 20–28. (In Russ.). <https://doi.org/10.23859/1994-0637-2022-5-110-2>

Введение

Пуассоновский поток является распространенной моделью, используемой для описания целого ряда реальных процессов в технических системах. Он принадлежит к семейству случайных марковских процессов с непрерывным временем, но при этом зачастую выступает и в качестве несущего сигнала в канале связи (например, при создании приборов измерения, неразрушающего контроля и дефектоскопии, где в физическом тракте передачи данных применяются радиоактивные излучения)¹.

Частотная модуляция пуассоновского потока подразумевает изменение его мгновенной плотности модулирующим сигналом. В силу физических свойств канала зависимость мгновенной плотности от информационного параметра передаваемого

¹ Beigzadeh A., Vaziri M., Afarideh H., Etaati G. Measuring the temperature dependence of water density by a designed gamma ray density gauge // *Iranian Journal of Physics Research*. 2019. Vol. 19, № 3. P. 529–535; Боченин В. И. Радиоизотопный способ контроля степени износа защитных покрытий из хрома и алюминия на лопатках газовых турбин // *Измерительная техника*. 2006. № 10. С. 36–39; Vodovozov A. M. Nonlinear Pulse-Time Conversion in Radioisotope Devices: Analysis and Application Possibilities // *Приборы и методы измерений*. 2021. Т. 12, № 2. P. 133–138; Мильман И. И., Сюрдо А. И., Мойсейкин Е. В., Абашев Р. М., Сарычев М. Н., Борисихин И. А. Аппаратурное обеспечение новых методов радиационного контроля // *Дефектоскопия*. 2016. № 3. С. 25–34; Vodovozov A. M. Nonlinear Pulse-Time Conversion in Radioisotope Devices: Analysis and Application Possibilities // *Приборы и методы измерений*. 2021. Т. 12, № 2. P. 133–138.

сигнала, как правило, нелинейна. На приемной стороне канала связи мгновенная плотность потока может оцениваться только с применением косвенных методов, подразумевающих дискретизацию процесса во времени и подсчет импульсов случайного процесса в каждом интервале дискретизации¹. В результате оценка мгновенной плотности подменяется оценкой интенсивности процесса. Для стационарных процессов это не вызывает никаких проблем, поскольку интервалы дискретизации могут быть сколь угодно большими. В таких режимах описание канала связи простейшим пуассоновским потоком полностью оправдывается простотой восприятия и широкими возможностями проведения исследований с использованием как доступного математического аппарата, так и программного обеспечения для моделирования.

Ситуация существенно усложняется, когда полезный сигнал, передаваемый по указанному стохастическому каналу, изменяется во времени. Пуассоновский поток в информационном канале становится нестационарным, и в типовом процессе преобразования данных появляется множество противоречий, значительно затрудняющих решение задачи и приводящих к искажению и потере информации. В этом случае инерционностью измерителя мгновенной плотности потока в канале связи пренебрегать нельзя; для выделения важных данных из пуассоновского процесса необходимо использовать цифровые нелинейные фильтры, которые описываются нелинейными разностными уравнениями, но, к сожалению, не имеют общих методик синтеза. Задачи, связанные с синтезом нелинейных цифровых фильтров на приемной стороне канала связи, решаются только посредством применения различных искусственных приемов. Как правило, это приводит к рассмотрению некоторых частных задач, интересных с точки зрения их практической реализации.

Один из таких методов состоит в представлении нелинейного фильтра в виде комбинации цифрового нелинейного преобразователя и цифрового линейного фильтра². Последний изучен достаточно хорошо. Он решает задачу восстановления искаженных при передаче по линии связи данных на основе информации о частотных характеристиках полезного сигнала. С этой целью при известных частотных характеристиках сигнала используют детально проработанные в теории и на практике цифровые фильтры с конечной импульсной характеристикой³.

В статье выполняется исследование процесса нелинейного преобразования информации в канале с несущим сигналом, описываемым как нестационарный пуассоновский поток, проводится анализ погрешностей нелинейной обработки сигнала, осуществляется подготовка предложений по оптимизации информационных характеристик такого стохастического канала.

¹ Водовозов А. М. Линеаризация статической характеристики радиоизотопного плотнотера // Измерительная техника. 2018. № 9. С. 66–69.

² Пантелеев А. В., Руденко Е. А., Бортакровский А. С. Нелинейные системы управления. Описание, анализ и синтез. Москва: Вузовская книга, 2008. 312 с.

³ Водовозов А. М., Полетаев Д. С. Программирование цифрового линейно-фазового фильтра в архитектуре ARMv8-A // Труды ИСП РАН. 2018. Т. 30, вып. 6. С. 305–314.

Основная часть

Обобщенная структура информационного канала с пуассоновской составляющей

Обобщенная структура системы, использующей канал связи с представлением информации в виде нестационарного пуассоновского процесса, изображена на рис. 1. В рассматриваемой системе нестационарный пуассоновский поток λ поступает на счетчик импульсов 1, осуществляющий периодически, с заданным интервалом дискретизации T , подсчет импульсов потока. Информационным параметром пуассоновского потока является его мгновенная плотность, изменяющаяся во времени. Результат подсчета событий в счетчике N в каждом интервале дискретизации поступает на нелинейный преобразователь 2, вычисляющий априорно заданную нелинейную функцию $F(N / T)$ с использованием в качестве входной переменной оценки мгновенной плотности потока N / T . Цифровой линейный фильтр 3 осуществляет накопление и интерполяцию отсчетов, формирует восстановленный полезный сигнал $X(\lambda)$. В реальном времени восстановленный на выходе процесс $X(\lambda)$ должен соответствовать $F(\lambda)$. Разность значений $\varepsilon = X(\lambda) - F(\lambda)$ является ошибкой, которая вносится каналом передачи данных. Величина этой ошибки зависит от интенсивности (средней частоты) пуассоновского потока λ , используемого для передачи данных по каналу, и интервала дискретизации T .

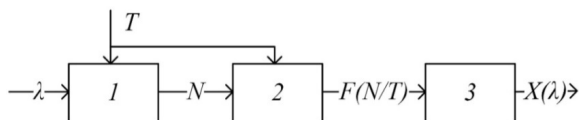


Рис. 1. Обобщенная структурная схема обработки информации в канале с пуассоновской составляющей:

1 – счетчик импульсов; 2 – нелинейный преобразователь;
3 – линейный цифровой фильтр

Метод исследований

Пуассоновский поток импульсов по своему определению является частным случаем точечного случайного процесса, протекающего на вещественной оси времени. Данные в нем упорядочены, они полностью характеризуются интервалами между случайными точками, интерпретируемыми как импульсы. Предел отношения количества импульсов, зафиксированных на некотором участке времени t , к длине этого участка T (при $T \rightarrow 0$) определяет мгновенную плотность потока:

$$\lambda(t) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{N(t+T) - N(t)}{T} = \frac{dN(t)}{dt},$$

где $N(t)$ – математическое ожидание числа событий на участке $(0, t)$; $N(t + T)$ – математическое ожидание числа событий на участке $(0, t + T)$.

Мгновенная плотность пуассоновского процесса не зависит от его истории и является его полной характеристикой¹. Свойствами пуассоновского процесса также служат ординарность и отсутствие последействия.

Для такого потока распределение числа событий N , наблюдаемых на интервале времени T , подчиняется закону Пуассона:

$$p(N, T) = \frac{\lambda T^N}{N!} \exp(-\lambda T), \quad (1)$$

а математическое ожидание числа событий на данном интервале равно произведению λT .

Вычислительное устройство в каждом такте дискретизации выполняет нелинейное преобразование переменной N в соответствии с заложенной в него функцией $F(N/T)$. Тогда математическое ожидание сигнала $X(\lambda)$, формируемого на выходе нелинейного преобразователя, может быть определено по формуле:

$$X(\lambda) = \sum_0^{\infty} p(N, T) F(N/T) = \exp(-\lambda T) \sum_0^{\infty} \frac{\lambda T^N}{N!} F(N/T). \quad (2)$$

Вследствие статистического сглаживания нелинейности, сопровождающего нелинейное преобразование любого случайного процесса², функция $X(\lambda)$ не совпадает с заложенным в вычислительное устройство значением $F(\lambda)$. Это приводит к проявлению методической погрешности $\varepsilon = X(\lambda) - F(\lambda)$, которая существенно зависит как от вида нелинейности $F(\lambda)$, так и от интервала дискретизации T .

Поскольку в общем случае для произвольно заданной функции решение задачи в виде уравнения (2) не позволяет получить количественную и качественную оценку методической погрешности, рассмотрим частный случай нелинейности. В качестве примера проанализируем процесс воспроизведения некоторой экспоненциальной функции $F(\lambda) = a \exp(b\lambda)$ с произвольными численными коэффициентами a и b .

Используя формулу (2), получаем следующее выражение для определения математического ожидания сигнала $X(\lambda)$:

$$X(\lambda) = a \exp(-\lambda T) \sum_0^{\infty} \frac{(\lambda T)^N}{N!} \exp(bN/T) = a \exp(\lambda T (\exp(b/T) - 1)). \quad (3)$$

Функция, воспроизводимая вычислительным устройством, в данном случае также является экспоненциальной. Однако при этом показатель экспоненты зависит от интервала дискретизации T . На рис. 2 показаны результаты вычислений по формуле (3), полученные при фиксированных значениях интервала дискретизации T .

¹ Кингман Дж. Пуассоновские процессы. Москва: МЦНМО, 2007. 136 с.

² Артюшенко В. М., Воловач В. И. Применение метода статистической линеаризации для описания сигналов и помех с негауссовским характером распределения // Радиотехника. 2019. № 1. С. 34–43.

Выявленный результат $X(\lambda)$ при малых значениях T существенно отличается от заданной функции $F(\lambda)$. Только при достаточно больших значениях интервала дискретизации $T \rightarrow \infty$ функции совпадают и погрешность статистического сглаживания ε уменьшается до нуля.

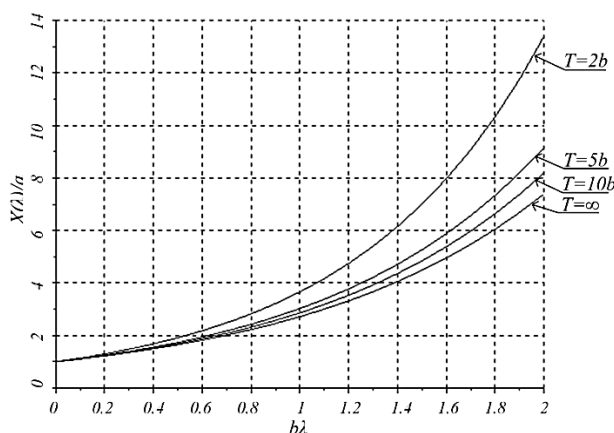


Рис. 2. Функция воспроизведения вычислительного устройства при различных интервалах дискретизации

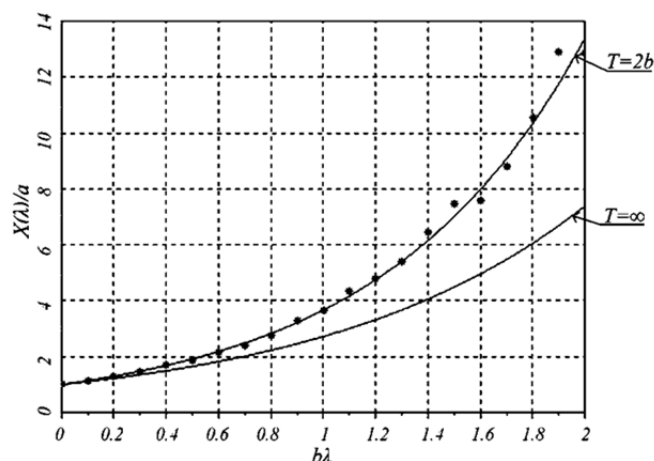
Моделирование

Для проверки выполненных расчетов использовалось моделирование процесса передачи информации в канале в пакете Scilab. При моделировании точечного процесса применялось его распределение на оси времени. Случайные отсчеты с пуассоновским распределением генерировались с помощью процедуры `grand` встроенной библиотеки Scilab: $N = \text{grand}(1, n, \text{"poi"}, \lambda T)$, где n – количество испытаний¹.

Результаты исследований при $T = 2b$ и изменениях параметра $b\lambda$ в диапазоне от 0 до 2 показаны на рис. 3.

Численные значения, нашедшие отражение на рис. 3, с учетом статистической погрешности вполне соответствуют расчетной характеристике, представленной на рис. 2 при интервале дискретизации $T = 2b$. Разброс точек на экспериментальной кривой объясняется стохастическим характером несущего сигнала, описываемого пуассоновским распределением.

¹ Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В., Рудченко Е. А. Scilab: Решение инженерных и математических задач. Москва: ALT Linux; БИНОМ; Лаборатория знаний, 2008. 260 с.

Рис. 3 Результаты моделирования при $T = 2b$ и количестве испытаний $n = 1000$

Обсуждение результатов

Полученные результаты подтверждают гипотезу исследования, подчеркивают важность учета стохастического характера несущего сигнала с пуассоновской составляющей в процессе его обработки на приемной стороне информационного канала.

Методическая погрешность от статистического сглаживания, вызванная необходимостью решения нелинейных задач на приемной стороне рассмотренного канала связи и оцениваемая как разность между желаемым и фактическим результатами нелинейного преобразования $\varepsilon = X(\lambda) - F(\lambda)$, зависит от большого числа факторов, но в каждом конкретном случае может быть оценена с использованием полученных расчетных формул (2).

В качестве общей закономерности допустимо рассматривать уменьшение погрешности при увеличении интервала дискретизации T , однако следует принимать во внимание тот факт, что увеличение интервала дискретизации неминуемо приведет к росту динамических погрешностей канала. Данный вопрос требует дополнительных исследований¹.

Выводы

Рассмотренный информационный канал с пуассоновской составляющей накладывает много существенных ограничений на процесс обработки передаваемых данных. Стремление расширить динамический диапазон измерительной системы с таким информационным каналом наталкивается на целый ряд противоречий, связанных с

¹ Денисенко В. В. Динамическая погрешность измерительных каналов АСУ ТП // Современные технологии автоматизации. 2011. № 2. С. 92–101; Соболев В. И. О паритете динамических и статических погрешностей в информационно-измерительных системах // Измерительная техника. 2014. № 3. С. 15–20.

необходимостью анализировать его статистические и динамические погрешности, а также погрешности, возникающие при решении насущных нелинейных задач. Однако, несмотря на многочисленные сложности обработки информации в подобных системах, они до настоящего времени остаются незаменимыми в тяжелых условиях эксплуатации, где не могут применяться альтернативные физические методы решения задач измерения, контроля и диагностики.

Список источников

- Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В., Рудченко Е. А. *Scilab: Решение инженерных и математических задач*. Москва: ALT Linux; БИНОМ; Лаборатория знаний, 2008. 260 с.
- Артюшенко В. М., Воловач В. И. Применение метода статистической линеаризации для описания сигналов и помех с негауссовским характером распределения // *Радиотехника*. 2019. № 1. С. 34–43.
- Боченин В. И. Радиоизотопный способ контроля степени износа защитных покрытий из хрома и алюминия на лопатках газовых турбин // *Измерительная техника*. 2006. № 10. С. 36–39.
- Водовозов А. М. Линеаризация статической характеристики радиоизотопного плотномера // *Измерительная техника*. 2018. № 9. С. 66–69.
- Водовозов А. М., Полетаев Д. С. Программирование цифрового линейно-фазового фильтра в архитектуре ARMv8-A // *Труды ИСП РАН*. 2018. Т. 30, вып. 6. С. 305–314.
- Денисенко В. В. Динамическая погрешность измерительных каналов АСУ ТП // *Современные технологии автоматизации*. 2011. № 2. С. 92–101.
- Кингман Дж. Пуассоновские процессы. Москва: МЦНМО, 2007. 136 с.
- Мильман И. И., Сюрдо А. И., Моисейкин Е. В., Абашев Р. М., Сарычев М. Н., Борисихин И. А. Аппаратурное обеспечение новых методов радиационного контроля // *Дефектоскопия*. 2016. № 3. С. 25–34.
- Пантелеев А. В., Руденко Е. А., Бортаковский А. С. *Нелинейные системы управления. Описание, анализ и синтез*. Москва: Вузовская книга, 2008. 312 с.
- Соболев В. И. О паритете динамических и статических погрешностей в информационно-измерительных системах // *Измерительная техника*. 2014. № 3. С. 15–20.
- Beigzadeh A., Vaziri M., Afarideh H., Etaati G. Measuring the temperature dependence of water density by a designed gamma ray density gauge // *Iranian Journal of Physics Research*. 2019. Vol. 19, № 3. P. 529–535.
- Vodovozov A. M. Nonlinear Pulse-Time Conversion in Radioisotope Devices: Analysis and Application Possibilities // *Приборы и методы измерений*. 2021. Т. 12, № 2. P. 133–138.

References

- Alekseev E. R., Chesnokova O. V., Rudchenko E. A. *Scilab: Reshenie inzhenernykh i matematicheskikh zadach* [Scilab: Solution of engineering and mathematical problems]. Moscow: ALT Linux; BINOM. Laboratoriia znaniy, 2008. 260 p.
- Artiushenko V. M., Volovach V. I. Primenenie metoda statisticheskoi linearizatsii dlia opisaniia signalov i pomekh s negaussovskim kharakterom raspredeleniia [Using the method of statistical linearization to describe signals and noise with non-Gaussian distribution]. *Radiotekhnika* [Radio Engineering Journal], 2019, no. 1, pp. 34–43.
- Bochenin V. I. Radioizotopnyi sposob kontrolya stepeni iznosa zashchitnykh pokrytii iz khroma i aliuminiia na lopatkakh gazovykh turbin [Radioisotope method for monitoring the level of wear for

protective coatings made from chromium and aluminum on gas turbine blades]. *Izmeritel'naia tekhnika* [Measurement Techniques], 2006, no. 10, pp. 36–39.

Vodovozov A. M. Linearizatsiia staticheskoi kharakteristiki radioizotopnogo plotnomera [Linearization of the static characteristic of a radioisotope densitometer]. *Izmeritel'naia tekhnika* [Measurement Techniques], 2018, no. 9, pp. 66–69.

Vodovozov A. M., Poletaev D. S. Programmirovaniye tsifrovogo lineino-fazovogo fil'tra v arkhitekture ARMv8-A [Programming of digital linear phase filter in ARMv8-A architecture]. *Trudy ISP RAN* [Proceedings of ISP RAS], 2018, vol. 30, iss. 6, pp. 305–314.

Denisenko V. V. Dinamicheskaya pogreshnost' izmeritel'nykh kanalov ASU TP [Dynamic error of APCS measuring channels]. *Sovremennye tekhnologii avtomatizatsii* [Modern automation technologies], 2011, no. 2, pp. 92–101.

Kingman Dzh. *Puassonovskie protsessy* [Poisson processes]. Moscow: MTsNMO, 2007. 136 p.

Mil'man I. I., Siurdo A. I., Moiseikin E. V., Abashev R. M., Sarychev M. N., Borisikhin I. A. Apparaturnoye obespecheniye novykh metodov radiatsionnogo kontrolya [Hardware for new methods of radiation control]. *Defektoskopiya* [Russian Journal of Nondestructive Testing], 2016, no. 3, pp. 25–34.

Pantelev A. V., Rudenko E. A., Bortakovskii A. S. *Nelineinye sistemy upravleniya. Opisanie, analiz i sintez* [Nonlinear control systems. Description, analysis and synthesis]. Moscow: Vuzovskaya kniga, 2008. 312 p.

Sobolev V. I. O paritate dinamicheskikh i staticheskikh pogreshnostei v informatsionno-izmeritel'nykh sistemakh [On the correspondence between dynamic and static errors in data measurement systems]. *Izmeritel'naia tekhnika* [Measurement Techniques], 2014, no. 3, pp. 15–20.

Beigzadeh A., Vaziri M., Afarideh H., Etaati G. Measuring the temperature dependence of water density by a designed gamma ray density gauge. *Iranian Journal of Physics Research*, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 529–535.

Vodovozov A. M. Nonlinear Pulse-Time Conversion in Radioisotope Devices: Analysis and Application Possibilities. *Pribory i metody izmerenii* [Devices and Methods of Measurements], 2021, vol. 12, no. 2, pp. 133–138.

Сведения об авторах

Александр Михайлович Водовозов – кандидат технических наук, профессор; <https://orcid.org/0000-0002-4900-2029>, am.vodovozov@gmail.com, Вологодский государственный университет (д. 5, ул. Ленина, 160000 Вологда, Россия); **Alexandr M. Vodovozov** – Candidate of Technical Sciences, Professor; <https://orcid.org/0000-0002-4900-2029>, am.vodovozov@gmail.com, Vologda State University (5, ul. Lenina, 160000 Vologda, Russia).

Статья поступила в редакцию 28.01.2022; одобрена после рецензирования 07.07.2022; принята к публикации 15.07.2022.

The article was submitted 28.01.2022; Approved after reviewing 07.07.2022; Accepted for publication 15.07.2022.