

DOI 10.23859/1994-0637-2020-4-97-6

УДК 539.422.24

© Сильверстов И. Н., 2020

Сильверстов Игорь Николаевич

Кандидат технических наук,
главный инженер,
ЗАО «Прочность»
(Москва, Россия)
E-mail: mecanicus@yandex.ru

Silverstov Igor Nikolaevich

PhD in Technology, Chief Engineer,
ZAO "Prochnost"
(Moscow, Russia)
E-mail: mecanicus@yandex.ru

**СТОХАСТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ
РЕСУРСА ДЕТАЛЕЙ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ
ПО РОСТУ МИКРОДЕФЕКТОВ****STOCHASTIC CALCULATION
OF LIFETIME PREDICTION FOR
COMPONENTS IN METAL
STRUCTURES DUE TO THE
GROWTH OF MICRODEFECTS**

Аннотация. В статье разработан стохастический подход к оценке усталостной прочности с привлечением элементов механики разрушения. Представлены метод определения исходных параметров статистических распределений и метод построения кривой усталости для детали любого размера и конфигурации при любой заданной вероятности разрушения.

Abstract. A stochastic approach has been developed to evaluate fatigue strength using elements of the fracture mechanics. The article presents a method for determining the initial parameters of statistical distributions. It also considers the method for constructing a fatigue curve for a component of any size and configuration with any given probability of failure.

Ключевые слова: ресурс, микродефект, стохастический расчет

Keywords: component lifetime, microdefect, stochastic calculation

Введение

Известно, что дефектность элементов конструкции оказывает определяющее влияние на показатели усталостной прочности (дефекты качества металла, дефекты изготовления и монтажа).

В материале металлических конструкций изначально присутствуют микроскопические трещиноподобные поверхностные дефекты. Согласно работе Л. Тота и П. Ровмари «К вопросу повреждаемости при распространении усталостных трещин»¹ начальные длины микротрещин составляют от сотых долей миллиметра для высокопрочных сталей до нескольких десятых миллиметра для сталей низкой прочности. Причем число циклов до образования магистральной макротрещины может составлять 70–90 % от общего ресурса (долговечности) конструкции. Если металл цельный, разрушение конструкции по росту трещин начинается с поверхности, следовательно, основную роль в разрушении играют поверхностные дефекты.

¹ Тот Л., Ровмари П. К вопросу повреждаемости при распространении усталостных трещин // Механическая усталость металлов: материалы VI Международного colloquium / под редакцией В. Т. Трошенко. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 278–284.

Основная часть

Зная статистические характеристики поверхностных дефектов и используя подходы механики разрушения, можно оценить усталостные характеристики детали.

Примем следующие допущения:

- Развитие трещин возникает от поверхностных дефектов.
- Усталостное разрушение происходит в результате роста поверхностного дефекта типа микротрещины с наибольшим коэффициентом интенсивности напряжений K до магистральной трещины и далее до критического размера.
- На единичной площади поверхности детали в среднем имеется N дефектов (микротрещин).
- Известны величины K_{th} – пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений и параметры скорости роста трещины.

Предположим, требуется оценить усталостную характеристику детали силовой конструкции с площадью поверхности S . В этом случае на поверхности детали имеется N_{cp} трещиноподобных дефектов. Величина N_{cp} является случайной и распределенной по закону Пуассона с величиной математического ожидания $N_{cp} = N \cdot S$.

Распределение длин дефектов принимается соответствующим распределению Вейбулла¹, распределение вероятности и плотность распределения длин трещин вычисляется по формуле:

$$P(L) = 1 - e^{-\left(\frac{L}{\theta}\right)^\beta}, \quad p(L) = \frac{\beta}{\theta} \cdot \left(\frac{L}{\theta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{L}{\theta}\right)^\beta}, \quad (1)$$

где β и θ – параметры распределения.

При появлении переменного во времени напряжения на каждом из трещиноподобных дефектов возникает напряженное состояние с интенсивностью напряжений, равной:

$$K_1 = \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{L}, \quad (2)$$

где L – длина трещины; Y – функция, зависящая от геометрии трещины и геометрии сечения; σ – максимальное значение переменного напряжения; K_1 – коэффициент интенсивности напряжений первого типа.

С учетом (1) и (2) функция распределения и плотность распределения коэффициента интенсивности напряжений K будут:

$$p(K) = 2 \cdot \left(\frac{K^2}{\theta \cdot \sigma \{x\}^2 \cdot Y^2} \right)^\beta \cdot \frac{\beta}{K} \cdot \exp \left(- \left(\frac{K^2}{\theta \cdot \sigma \{x\}^2 \cdot Y^2} \right)^\beta \right). \quad (3)$$

Поскольку напряженное состояние на поверхности детали известно (например, из расчета метода конечных элементов), по известному распределению $p(K)$ и $\sigma(x, y)$ можно определить плотность распределения K_1 на всей поверхности детали.

¹ Лепихин А. М., Махутов Н. А., Москвичев В. В. и др. Вероятностный риск-анализ конструкций технических систем. – Новосибирск: Наука, 2003. – 174 с.

Так, для поверхности площадью S :

$$p(K) = \frac{2}{S} \cdot \int_s \left(\frac{K^2}{\theta \cdot \sigma(s)^2 \cdot Y^2} \right)^\beta \cdot \frac{\beta}{K} \cdot \exp \left(- \left(\frac{K^2}{\theta \cdot \sigma(s)^2 \cdot Y^2} \right)^\beta \right) ds. \quad (4)$$

Интегрирование идет по площади детали. Напряжение представлено как функция текущей элементарной площадки.

В случае, если K дефекта превысит величину K_{th} (пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений), трещина начнет расти. Трещина с наибольшим K будет расти быстрее, чем все остальные. Таким образом, только трещина с максимальным K превращается в магистральную трещину и приводит к усталостному разрушению детали. В общем случае, при неравномерном распределении напряжений по поверхности детали, магистральной становится трещина с максимальным коэффициентом K , но не обязательно самая длинная.

Поскольку на поверхности детали N_{cp} дефектов, функция распределения и плотность распределения максимального K из N_{cp} независимых случайных дефектов будут:

$$P(K_{max}, N_{cp}) = P(K)^{N_{cp}} \text{ и } p(K_{max}, N_{cp}) = N_{cp} \cdot p(K) \cdot P(K)^{N_{cp}-1}. \quad (5)$$

Чем больше деталь, тем больше ее поверхность, больше N_{cp} и, соответственно, больше математическое ожидание K_{max} (влияние масштабного фактора).

Как уже отмечалось, трещина с наибольшим K будет расти быстрее остальных, превратится в магистральную трещину и приведет к усталостному разрушению. Уравнение, описывающее рост трещин, выберем, например, в виде:

$$\frac{dL}{dN_u} = v \cdot \left(\frac{K - K_{th}}{K_{lc} - K} \right)^q. \quad (6)$$

В ряде случаев, особенно учитывая то, что распределение опасных дефектов сформулировано в рамках интенсивности напряжений (K_{max}), удобно находить оценку усталостной долговечности, интегрируя по K . Тогда, учитывая (2) и то, что

$$\frac{dL}{N_u} = \frac{dL}{dK} \cdot \frac{dK}{dN_u}, \text{ получаем:}$$

$$N_u = \frac{2}{v \cdot Y^2 \cdot \sigma^2} \cdot \int_{K_{max}}^K \frac{K dK}{\left(\frac{K - K_{th}}{K_c - K} \right)^q}. \quad (7)$$

В (7) Y считается независимой от L и K . Такое допущение правомерно в случае, если начальная длина трещины и ее окончательный размер намного меньше характерного размера детали.

Данный подход применялся нашей организацией в нескольких работах и хорошо зарекомендовал себя, в частности, при оценке ресурса бандажей и корпуса трубчатых печей, валков прокатных станов и т. д.

Далее приведем конкретный рабочий пример.

Исходные данные: материал – углеродистая сталь при отсутствии концентраторов, $\sigma_{02}=378$ МПа (условный предел текучести), $\sigma_b = 540$ МПа (временное сопротивление), $\sigma_{-1}=216$ МПа (предел выносливости стандартного образца), $r = -1$ (асимметрия цикла), $K_{th} = 19,3$ МПа м^{0,5} (пороговое значение коэффициента интенсивности напряжений), $K_{1c} = 80$ МПа м^{0,5} (коэффициент интенсивности напряжений при разрушении образца с трещиной).

Скорость роста трещины описывается уравнением (6) с параметрами $v = 2,6 \cdot 10^{-6}$, $q = 2$.

Данные взяты по результатам стандартных испытаний металла фрагмента сталеразливочного ковша.

$$k = \begin{pmatrix} 1 \\ 0,9475 \\ 0,9 \\ 0,86 \\ 0,8075 \\ 0,78 \end{pmatrix}.$$

Масштабный фактор для углеродистой стали, согласно работе В. П. Когаева «Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени»¹, по результатам стандартных усталостных механических испытаний при определении предела выносливости на базе 10^7 циклов определяется по формуле:

$$k = \frac{(\sigma_{-1})_d}{(\sigma_{-1})_{d_0}},$$

$$d = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 60 \\ 100 \end{pmatrix} \quad \text{— диаметр образца, мм,}$$

¹ Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. — Москва: Машиностроение, 1977, 232 с.

$$s = \begin{pmatrix} 883,5 \\ 2,356 \cdot 10^3 \\ 3,534 \cdot 10^3 \\ 4,712 \cdot 10^3 \\ 7,069 \cdot 10^3 \\ 1,178 \cdot 10^4 \end{pmatrix} - \text{рабочая поверхность образца, мм}^2. \quad (8)$$

Находим параметры распределения Вейбулла и число дефектов на 1 м^2 поверхности образцов. Строим целевую функцию:

$$F(K, \beta, \theta, N, s, \sigma_{-1}) = \sum_1^6 (m(K) - K_{th})^2,$$

где $m(K)$ – математическое ожидание наибольшего K в детали. Суммирование производится по значениям из (8).

Выполняем минимизацию целевой функции по параметрам β, θ, N (использован квазиньютоновский метод в системе Mathcad). Получаем: $\beta=0,337, \theta=7,129 \cdot 10^{-6}, N=8 \cdot 10^7$.

Предел выносливости обычно определяют как напряжение, при котором вероятность разрушения образцов составляет 50 %. Определив модель (5) и зная величину K_{th} , можно установить вероятность разрушения образцов при других уровнях напряжений (см. рис. 1).

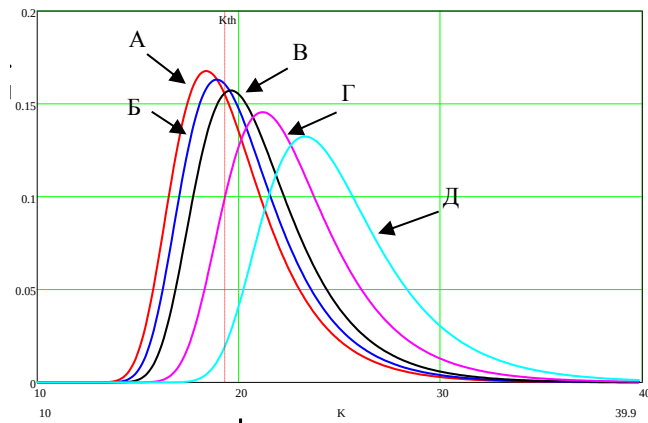


Рис. 1. Распределение максимальных коэффициентов интенсивности напряжений в окрестности напряжения предела выносливости.

Кривая А – предел выносливости σ_{-1} , вероятность разрушения 50 %.

Кривая Б – напряжение $1,03\sigma_{-1}$, вероятность разрушения 60 %.

Кривая В – напряжение $1,07\sigma_{-1}$, вероятность разрушения 70 %.

Кривая Г – напряжение $1,16\sigma_{-1}$, вероятность разрушения 90 %.

Кривая Д – напряжение $1,28\sigma_{-1}$, вероятность разрушения 99 %.

В случае, если имеется экспериментальная 50 % усталостная кривая для стандартного образца, можно пересчитать кривую усталости для детали другой формы и размеров, зная параметры модели (5). При этом вычисляются распределения максимальных K для эталонного образца и для детали при заданном напряжении (см. рис. 2). Экспериментально известно, что при данном напряжении образец выдерживает $N_{обр}$ циклов, при дальнейшей наработке K продолжит расти и через число циклов $N_{ц}$, согласно (8), дорастет от среднего $Nc1$ до $Nc2$. Определяя значения $N_{ц}$ для остальных точек кривой, можно получить кривую усталости для детали при любом заданном уровне вероятности ее разрушения. На рис. 3 приведены такие кривые усталости образца и детали.

Имея базовые 50 % кривые усталости для образца и детали, можно вычислить вероятность разрушения детали в зависимости от наработки на любом уровне напряжений, используя способ, аналогичный представленному на рис. 1. На рис. 4 приведена кривая вероятности разрушения детали на одном из уровней напряжений для кривой на рис. 3.

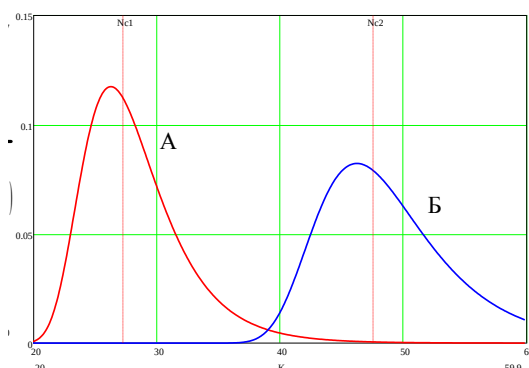


Рис. 2. Кривые распределений максимальных K для эталонного образца (кривая А) и детали (кривая Б).

Пунктиром показаны медианы $Nc1$ и $Nc2$.

Случайная величина – разность между этими величинами с показанными распределениями – равна их математической свертке

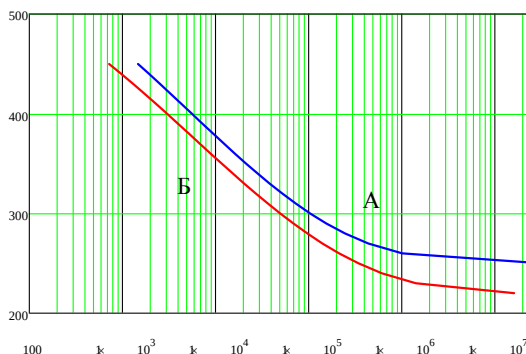


Рис. 3. Кривые усталости образца (кривая А) и кривая детали (кривая Б), отличающиеся размерами (более чем в 10 раз) и формой от образца

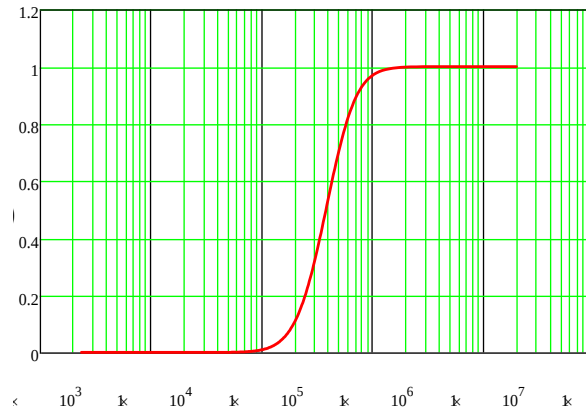


Рис. 4. Вероятность разрушения детали при различных числах наработки

Выводы

1. Оценку усталостной прочности и ресурса металлоконструкции и ее статистических характеристик можно произвести, используя подходы механики разрушения и математической статистики с определением статистических данных по числу и размерам дефектов.
2. Статистические данные для расчета можно получить из стандартных испытаний образцов на усталость.
3. В рассмотренном подходе автоматически учитываются влияние неравномерности нагружения и концентрация напряжений (фактор эффективного коэффициента концентрации), а также влияние размеров (площади рабочей поверхности) детали (масштабный фактор).

Литература

- Когаев В. П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – Москва: Машиностроение, 1977. – 232 с.
- Лепихин А. М., Махутов Н. А., Москвичев В. В., Черняев А. П. Вероятностный риск-анализ конструкций технических систем. – Новосибирск: Наука, 2003. – 174 с.
- Тот Л., Ромвари П. К вопросу повреждаемости при распространении усталостных трещин // Механическая усталость металлов: материалы VI Международного colloквиума / под редакцией В. Т. Трощенко. – Киев: Наукова думка, 1983. – С. 278–284.

References

- Kogaev V. P. *Raschety na prochnost' pri napriazheniiakh, peremennykh vo vremeni* [Calculations for durability at stress variable in time]. Moscow: Mashinostroenie, 1977. 232 p.
- Lepikhin A. M., Makhutov N. A., Moskvichev V. V., Cherniaev A. P. *Veroiatnostnyi risk-analiz konstruksii tekhnicheskikh sistem* [Probabilistic risk analysis of technical system structures]. Novosibirsk: Nauka, 2003. 174 p.
- Tot L., Romvari P. K voprosu povrezhdaemosti pri rasprostranenii ustalostnykh treshchin [To the problem of damage associated with fatigue crack propagation]. *Mekhanicheskaya ustalost' metallov*:

materialy VI Mezhdunarodnogo kollokviuma [Mechanical fatigue of metals: proceedings of VI International colloquium; ed. by V. T. Troshchenko]. Kiev: Naukova dumka, 1983, pp. 278–284.

Для цитирования: Сильверстов И. Н. Стохастический расчет ресурса деталей металлических конструкций по росту микродефектов // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2020. – № 4 (97). – С. 69–76. DOI: 10.23859/1994-0637-2020-4-97-6

For citation: Silverstov I. N. Stochastic calculation of lifetime prediction for components in metal structures due to the growth of microdefects. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2020, no. 4 (97), pp. 69–76. DOI: 10.23859/1994-0637-2020-4-97-6