

DOI 10.23859/1994-0637-2020-4-97-7

УДК: 519.6;532.6;533.2

© Тукмаков Д. А., 2020

Тукмаков Дмитрий Алексеевич

Кандидат физико-математических наук,
научный сотрудник,
Институт механики и машиностроения –
обособленное структурное подразделение
Федерального исследовательского центра
«Казанский научный центр Российской
академии наук»
(Казань, Россия)
ORCID 0000-0002-0335-8548
E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

Tukmakov Dmitrii Alekseevich

PhD in Physics and Mathematics,
Researcher,
Institute of Mechanics and Engineering –
subdivision of the Federal Research Center
“Kazan Scientific Center
of the Russian Academy of Sciences”
(Kazan, Russia)
ORCID 0000-0002-0335-8548
E-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
ИССЛЕДОВАНИЕ СКОРОСТНОГО
СКОЛЬЖЕНИЯ ФАЗ ПРИ
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УДАРНОЙ
ВОЛНЫ ПРЕДЕЛЬНО МАЛОЙ
ИНТЕНСИВНОСТИ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИ
ЗАРЯЖЕННОЙ ГАЗОВЗВЕСЬЮ**

**A MATHEMATICAL STUDY ON THE
VELOCITY SLIP OF PHASES DURING
THE INTERACTION BETWEEN A
SHOCK WAVE OF LIMITING LOW
INTENSITY AND AN ELECTRICALLY
CHARGED GAS SUSPENSION**

Аннотация. В работе представлены математическая модель электрически заряженной взвеси частиц, а также численные расчеты динамики дисперсной компоненты смеси,двигающейся как под действием аэродинамических сил, так и под действием силы Кулона. Для описания аэродинамики взвесей использована математическая модель движения неравновесной многофазной среды. Математическая модель учитывала силовое взаимодействие несущей и дисперсной фаз и межфазный теплообмен, а также внутреннее электрическое поле, генерируемое электрически заряженными твердыми частицами. С помощью программной реализации математической модели проведено численное исследование скоростного скольжения фаз.

Abstract. The paper presents a mathematical model of an electrically charged suspension of particles, as well as numerical calculations related to the dynamics of the dispersed component of a mixture moving both under the influence of aerodynamic forces and under the influence of the Coulomb force. The author used a mathematical model of a nonequilibrium multiphase medium motion to describe the aerodynamics of suspensions. The mathematical model took into account the force interaction of the carrier and dispersed phases and interphase heat transfer, as well as the internal electric field generated by electrically charged solid particles. Using the software implementation of the mathematical model, a numerical study of the velocity slip of phases was carried out.

Ключевые слова: модель движения многофазной среды, силы аэродинамического взаимодействия, уравнение Навье-Стокса, ударные волны, электрическое поле

Keywords: model of a multiphase medium motion, aerodynamic interaction forces, Navier-Stokes equation, shock waves, electric field

Благодарность. Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 19-01-00442 «Особенности и эффекты волновой динамики многофазных сред»).

Введение

Одним из развивающихся разделов современной механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред¹. В данной статье исследуются нестационарные течения неоднородных сред – газовых взвесей твердых частиц. Ударно-волновой динамике и межфазному взаимодействию в запыленных средах и аэрозолях посвящен ряд публикаций в периодической печати и монографий². В

¹ Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвешах частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.

² Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвешах частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.; Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2016. – Vol. 56. – № 12. – P. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137; Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls // High Temperature. – 2013. – Vol. 51. – № 5. – P. 665–672. DOI: 10.1134/S0018151X13050210; Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows // High Temperature. – 2014. – Vol. 52. – № 5. – P. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204; Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics. – 2013. – Vol. 20. – № 1. – P. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071; Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. – 2019. – Vol. 345. – P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098; Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2015. – Vol. 7. – Iss. 3. – P. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072; Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures // Doklady Physics. – 2016. – Vol. 61. – № 2. – P. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038; Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas-solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Vol. 93. – P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063; Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an RF glow discharge // Plasma Physics Reports. – 2013. – Vol. 39. – № 13. – P. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176; Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature. – 2012. – Vol. 50. – № 5. – P. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050; Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2018. – Vol. 91. – Iss. 5. – P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8; Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. – 1984. – № 2. – С. 25–27; Tukmakov D. A. Nu-

некоторых практических приложениях требуется исследование течений запыленных сред в электрическом поле¹. В связи с трудностью проведения физических экспериментов существенное значение имеет математическое моделирование таких течений. В математической модели, применяемой в данной статье, учитывается воздействие на динамику дисперсной компоненты смеси нескольких сил аэродинамической природы, а также силы Кулона².

Основная часть

Методы исследования

Динамика газовой компоненты смеси³ описывается одномерной системой уравнений сохранения массы (1), импульса (2) и полной энергии (3)⁴:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau) = -F + \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(e)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e + p - \tau]u - \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) = Q - |F|(u - u_i) - \alpha \left(\frac{\partial(pu)}{\partial x} \right), \quad (3)$$

$$\tau(t, x) = \frac{4}{3} \mu \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Модель динамики дисперсной составляющей газозвеси представляет собой систему уравнений непрерывности «средней плотности» (4), непрерывности

merical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40. – № 6. – P. 824–827. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080219060234>; Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

¹ Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an RF glow discharge // Plasma Physics Reports. – 2013. – Vol. 39. – № 13. – P. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176; Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature. – 2012. – Vol. 50. – № 5. – P. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050; Tukumakov A. L., Tukumakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2018. – Vol. 91. – Iss. 5. – P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8; Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. – 1984. – № 2. – С. 25–27.

² Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. – Москва: Наука, 1997. – 240 с.

³ Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

⁴ Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.

импульса (5) и энергии (6) дисперсной компоненты смеси¹:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2) = F - \alpha \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_1 u_1) = -Q, \quad (6)$$

$$\rho_1 = \alpha(t, x) \rho_{10}, \quad e_1 = \rho_1 C_p T_1.$$

Для описания изменения внутреннего электрического поля заряженной газозвеси применяется уравнение Пуассона (7), записанное для одномерного случая распределения заряда дисперсной компоненты гетерогенной смеси:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \alpha(t, x) q_0 \rho_{10} = q_0 \rho_1(t, x). \quad (7)$$

Потенциал электрического поля обозначен через φ . В выражении для межкомпонентного взаимодействия F учитывается взаимное воздействие несущей и дисперсной компоненты смеси², а также сила Кулона:

$$F = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{(2r)} C_d \rho |u - u_1| (u - u_1) + \alpha \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + 0,5 \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial u_1}{\partial t} - u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) - \alpha \rho_{10} q_0 \frac{\partial \varphi}{\partial x},$$

$$C_{d2} = \frac{24}{Re_1} + \frac{4}{Re_1^{0,5}} + 0,4,$$

$$M_1 = |u - u_1| / c, \quad Re_1 = \rho |u - u_1| 2r / \mu.$$

В представленной системе уравнений p – давление, ρ – плотность, u – скорость несущей среды, T – температура, e – полная энергия газа; для соответствующих параметров дисперсной компоненты задается индекс «1»; ρ_1 – «средняя плотность» дисперсной компоненты. Для газа задаются параметры λ и μ – коэффициенты теплопроводности и вязкости, $\tau(t, x)$ – функция вязких напряжений газа. В уравнениях динамики аэрозоля α – объемное содержание дисперсной фазы. Для электрически заряженных частиц аэрозоля задается величина q_0 – удельный заряд единицы массы дисперсной фазы. Тепловая энергия дисперсной компоненты описывалась формулой: $e_1 = \rho_1 C_p T_1$, где C_p – удельная теплоемкость единицы массы

¹ Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

² Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.; Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

вещества, из которого состоят частицы.

Функция межфазного теплообмена задается следующим выражением¹:

$$Q = 6\alpha Nu_1 \lambda (T - T_1) / (2r)^2,$$

где r – радиус частиц, в котором применяются безразмерные параметры динамики аэрозольной системы²:

$$Pr = \gamma C_p \mu / \lambda, \quad Nu_1 = 2 \exp(-M_1) + 0,459 Re_1^{0,55} Pr^{0,33}.$$

Для физических величин, фигурирующих в уравнениях математической модели, была проведена процедура обезразмеривания³. Моделируемая физическая область в переменных (x, t) отображается на единичный интервал $[0, 1]$ в обобщенных координатах (ξ, t) . Предполагается, что $\xi = \xi(x)$, $\partial/\partial x = (\partial\xi/\partial x) \partial/\partial\xi$; якобиан преобразования координат $J = \partial\xi/\partial x$. Уравнение Пуассона записывается в обобщенных координатах:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \right)^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial^2 x}{\partial \xi^2} = \rho_2 q_0. \quad (7^*)$$

В работе предполагалось, что $\xi(x) = \xi_0 x$, $x = \xi/\xi_0$, таким образом метрический коэффициент $J = \partial\xi/\partial x = \xi_0 = \text{const}$.

Система уравнений (1)–(6) решалась в обобщенных координатах⁴ явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности⁵ с применением схемы нелинейной коррекции сеточной функции⁶.

¹ Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

² Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.

³ Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2; Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 33–36; Fletcher C. A. J. Computation Techniques for Fluid Dynamics: in 2 volumes. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – Vol. 2. – 502 p.

⁴ Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 33–36; Fletcher C. A. J. Computation Techniques for Fluid Dynamics: in 2 volumes. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – Vol. 2. – 502 p.

⁵ Fletcher C. A. J. Computation Techniques for Fluid Dynamics: in 2 volumes. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – Vol. 2. – 502 p.

⁶ Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. – 1993. – № 3. – С. 74–83.

Уравнение Пуассона, описывающее распределение электрического поля электрически заряженной запыленной среды (7), интегрировалось численно методом прогонки¹.

Рассмотрим применение численного алгоритма на примере скалярного нелинейного уравнения в частных производных (8):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} = c(f). \quad (8)$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейного уравнения (8) имеет вид (9)–(10):

$$f_j^* = f_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_{j+1}^n - a_j^n) + \Delta t c_j^n, \quad (9)$$

$$f_j^{n+1} = 0,5(f_j^n + f_j^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (a_j^* - a_{j-1}^*) + 0,5 \Delta t c_j^*. \quad (10)$$

Здесь Δx – шаг по пространственному направлению, Δt – шаг по времени.

Алгоритм коррекции выполнялся последовательно вдоль всех узлов. Рассмотрим алгоритм коррекции решения на примере сеточной функции $\{f_j\}$.

В случае если выполняются условия $(\delta f_{j-1/2} \cdot \delta f_{j+1/2}) < 0$ или $(\delta f_{j+1/2} \cdot \delta f_{j+3/2}) < 0$, то к функции f в j -ом узле применяется алгоритм схемы коррекции:

$$\tilde{f}_j = f_j + k(\delta f_{j+1/2} - \delta f_{j-1/2}). \quad (11)$$

Нижний индекс указывает на номер узла сетки. Здесь использованы обозначения:

$$\delta f_{j-1/2} = f_j - f_{j-1}, \delta f_{j+1/2} = f_{j+1} - f_j, \delta f_{j+3/2} = f_{j+2} - f_{j+1}.$$

В противном случае: $\tilde{f}_j = f_j$, $\tilde{f}_j$ – значение функции в j -ом узле после перехода на $(n+1)$ -ый временной слой по схеме Мак-Кормака, k – коэффициент коррекции.

На границах расчетной области задавались граничные условия Дирихле для скорости несущей и дисперсной компоненты смеси и потенциала электрического поля и граничные условия Неймана для других динамических функций двухфазной среды²:

$$u(t, N) = 0, u_1(t, N) = 0, \\ e(t, N) = e(t, N-1), e_1(t, N) = e_1(t, N-1),$$

¹ Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – Москва: Высшая школа, 2002. – 840 с.

² Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.; Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2018. – Vol. 91. – Iss. 5. – P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8; Tukmakov D. A. Numerical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40. – № 6. – P. 824–827. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080219060234>.

$$\begin{aligned}\rho(t, N) &= \rho(t, N-1), \rho_1(t, N) = \rho_1(t, N-1), \\ u(t, 1) &= 0, u_1(t, 1) = 0, \\ e(t, 1) &= e(t, 2), e_1(t, 1) = e_1(t, 2), \\ \rho(t, 1) &= \rho(t, 2), \rho_1(t, 1) = \rho_1(t, 2), \\ \varphi(t, 1) &= \varphi_1, \varphi(t, N) = \varphi_2.\end{aligned}$$

Численное решение проводилось на равномерной сетке с количеством узлов вдоль оси $x - N=1000$.

Алгоритм обработки информации, полученной из начальных и граничных значений, для моделируемого процесса имеет следующую структуру:

1. Блок задания начальных значений параметров компонент смеси, а также электрического поля. На данном этапе производится чтение из файла начальных и краевых значений искомых функций, различных параметров газа и дисперсных частиц, а также метрического коэффициента J . Задаются начальные значения давления газа.

2. С помощью подпрограммы решения уравнения Пуассона в обобщенных координатах вычисляется распределение электрического поля. На начальной итерации предполагается, что в физической области частицы дисперсной фазы распределены равномерно.

3. Применяется подпрограмма вычисления значения функции межфазного силового взаимодействия с учетом потенциала электрического поля.

4. Используется подпрограмма вычисления межфазного теплообмена.

5. Применяется подпрограмма, реализующая конечно-разностный явный метод Мак-Кормака и осуществляющая вычисление значений плотности, скорости и энергии несущей и дисперсной фаз с учетом вычисленных на 3-м и 4-м этапах значений межфазного теплового и скоростного взаимодействия. Реализуется алгоритм (9)–(10) для системы уравнений (1)–(6).

6. Используется подпрограмма, реализующая алгоритм коррекции полученных в результате численного решения сеточных функций (11).

7. После вычисления значений параметров несущей и дисперсной фазы применяется подпрограмма решения уравнения Пуассона со значением «средней плотности» дисперсной фазы, полученным на 5-м и 6-м этапах, вычисляется значение электрического поля на последующем временном слое.

8. Значения искомых функций на каждом временном слое выводятся в файл.

9. Вычисление значений параметров компонент газозвеси и потенциала электрического поля на каждом последующем временном слое осуществляется с помощью последовательного применения шагов 2–7.

В данной работе численно моделировалось распространение прямого скачка уплотнения, движущегося из чистого газа в запыленную среду. Моделируемая ударная труба представляет собой канал, разделенный на две части: в левой находится газ, сжатый до большего давления, чем газ в правой части канала. При этом правая часть содержит гетерогенную среду – газ со взвешенными в нем твердыми частицами. В расчетах предполагалось, что давление газа в камерах высокого и низкого давлений $p_2=1,01$ бар и $p_1=1$ бар соответственно, т. е. интенсивность разрыва давлений существенно меньше, чем давление

невозмущенного газа. Давление газа распределялось следующим образом: $x < 5$, $p = 1,01$ бар; $x > 5$, $p = 1$ бар. Дисперсная фаза в камере низкого давления ($x > 5$) имела равномерное начальное объемное содержание $\alpha_0 = 0,0005$ и истинную плотность материала $\rho_{20} = 1850$ кг /м³. Длина канала – $L = 10$ м, ширина канала – $h = 0,1$ м; предполагалось, что все частицы дисперсной фазы имеют электрический заряд одинакового знака с удельным массовым зарядом $q_0 = 0,001$ Кл/кг. Кроме того, было установлено, что внешние потенциалы к электрически заряженной запыленной среде не приложены.

Из результатов численных расчетов следует, что удельная сила Кулона достигает своего максимального значения на границе запыленной среды и чистого газа (см. рис. 1). При этом за счет взаимного отталкивания заряженных дисперсных частиц твердая фаза запыленной среды движется в направлении камеры высокого давления (см. рис. 2). Таким образом, в случае предельно малой интенсивности ударной волны массоперенос дисперсной компоненты смеси происходит из камеры низкого давления в камеру высокого давления в направлении, противоположном направлению распространения волны сжатия газа. Скорость массопереноса дисперсной компоненты для крупнодисперсных электрически заряженных запыленных сред больше. Интенсивность скоростного скольжения в крупнодисперсных электрически заряженных запыленных средах имеет большее значение, чем в мелкодисперсных (см. рис. 3). Максимальное значение скоростного скольжения фаз достигается при максимальном значении удельной силы Кулона в области течения запыленной среды: 0,89 м/с и 32 м/с для мелкодисперсных и крупнодисперсных частиц соответственно.

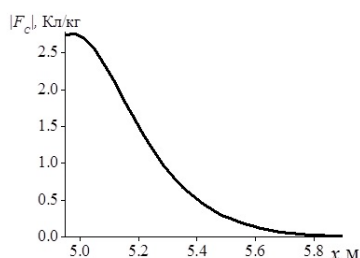


Рис. 1. Распределение удельной силы Кулона в электрически заряженной запыленной среде

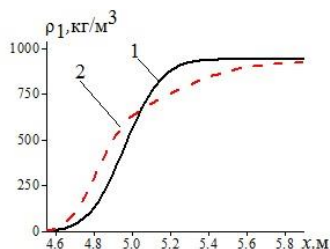


Рис. 2. Распределение «средней плотности» дисперсной компоненты смеси в электрически заряженных газовзвесьях с дисперсностью частиц в $d = 4$ мкм – кривая 1 и $d = 400$ мкм – кривая 2. Момент времени – $t = 14$ мс

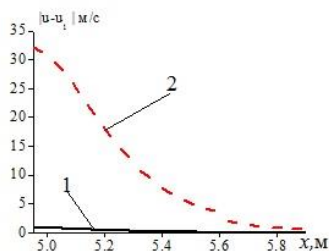


Рис. 3. Распределение межфазного скоростного скольжения в электрически заряженных газовзвесьях с дисперсностью частиц в $d=4$ мкм – кривая 1 и $d=400$ мкм – кривая 2. Момент времени – $t=14$ мс

Выводы

В данной работе рассмотрено распространение ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в электрически заряженные запыленные среды. При такой интенсивности ударной волны под действием силы Кулона происходит массоперенос дисперсной фазы из камеры низкого давления в камеру высокого давления, несмотря на то что ударная волна движется в противоположном направлении. Интенсивность скоростного скольжения возрастает в направлении увеличения удельной силы Кулона. Для крупнодисперсных частиц интенсивность скоростного скольжения выше. Выявленная закономерность может быть связана с тем, что в данной модели используются частицы сферической формы: увеличение линейного размера частиц приводит к трехкратному увеличению их массы, в связи с этим на крупные частицы сила Кулона оказывает большее влияние.

Литература

- Вержбицкий В. М. Основы численных методов. – Москва: Высшая школа, 2002. – 840 с.
- Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. – Санкт-Петербург: Недра, 2003. – 284 с.
- Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. – 1993. – № 3. – С. 74–83.
- Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: в 2 ч. – Москва: Наука, 1987. – Ч. 1. – 464 с.
- Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. – 1984. – № 2. – С. 25–27.
- Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. – Москва: Наука, 1997. – 240 с.
- Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 33–36.
- Тукмаков Д. А. Математическое моделирование вытеснения аэрозоля потоком газа // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2019. – № 6. – С. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.
- Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газовзвесьях частиц металлов. – Новосибирск: Параллель, 2015. – 301 с.
- Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow

discharge // High Temperature. – 2012. – Vol. 50. – № 5. – P. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050.

Fletcher C. A. J. Computation Techniques for Fluid Dynamics: in 2 volumes. – Berlin: Springer-Verlag, 1988. – Vol. 2. – 502 p.

Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics. – 2013. – Vol. 20. – № 1. – P. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071.

Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // Mathematical Models and Computer Simulations. – 2015. – Vol. 7. – Iss. 3. – P. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072.

Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures // Doklady Physics. – 2016. – Vol. 61. – № 2. – P. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038.

Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2016. – Vol. 56. – № 12. – P. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137.

Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas-solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2016. – Vol. 93. – P. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063.

Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2018. – Vol. 91. – Iss. 5. – P. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8.

Tukmakov D. A. Numerical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2019. – Vol. 40. – № 6. – P. 824–827. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1995080219060234>.

Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows // High Temperature. – 2014. – Vol. 52. – № 5. – P. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204.

Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls // High Temperature. – 2013. – Vol. 51. – № 5. – P. 665–672. DOI: 10.1134/S0018151X13050210.

Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. – 2019. – Vol. 345. – P. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098.

Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an RF glow discharge // Plasma Physics Reports. – 2013. – Vol. 39. – № 13. – P. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176.

References

Verzhbitskii V. M. *Osnovy chislennykh metodov* [Fundamentals of numerical methods]. Moscow: Vysshaya shkola, 2002. 840 p.

Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh protsessov v aerodispersnykh i poroshkoobraznykh sredakh* [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. St Petersburg: Nedra, 2003. 284 p.

Muzafarov I. F., Utuzhnikov S. V. *Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestatsionarnykh techenii szhimaemogo gaza* [Application of compact difference schemes to investigation of unstationary gas flows]. *Matematicheskoe modelirovanie* [Mathematical models and computer simulations], 1993, no. 3, pp. 74–83.

Nigmatulin R. I. *Dinamika mnogofaznykh sred: v 2 ch.* [The dynamics of multiphase media: in 2 volumes]. Moscow: Nauka, 1987, vol. 1. 464 p.

Paniushkin V. V., Pashin M. M. Izmerenie zariada poroshka, nanosimogo raspyliteliami s vneshnei zariadkoi [Measurement of the powder charge applied by sprayers with external charging]. *Lakokrasochnye materialy i ikh primeneniye* [Russian coatings journal], 1984, no. 2, pp. 25–27.

Sal'ianov F. A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoi plazmy, plazmennyykh apparatov i tekhnologii* [Fundamentals of low-temperature plasma physics, plasma devices and technologies]. Moscow: Nauka, 1997. 240 p.

Tukmakov A. L. Chislennoe modelirovaniye akusticheskikh techenii pri rezonansnykh kolebaniyakh gaza v zakrytoi trube [Numerical simulation of acoustic flows at resonance gas oscillations in a closed tube]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Aviatsonnaya tekhnika* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Russian aeronautics], 2006, no. 4, pp. 33–36.

Tukmakov D. A. Matematicheskoe modelirovaniye vytesneniya aerolzha potokom gaza [Numerical simulation of aerosol displacement by gas flow]. *Vestnik Cherepovetskogo gosudarstvennogo universiteta* [Bulletin of the Cherepovets State University], 2019, no. 6 (93), pp. 24–33. DOI: 10.23859/1994-0637-2019-6-93-2.

Fedorov A. V., Fomin V. M., Khmel' T. A. *Volnovye protsessy v gazovzvesiakh chastits metallov* [Wave processes in gas-suspended particles of metals]. Novosibirsk: Parallel'. 301 p.

Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge. *High Temperature*, 2012, vol. 50, no. 5, pp. 571–578. DOI: 10.1134/S0018151X12040050.

Fletcher C. A. J. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*: in 2 volumes. Berlin: Springer-Verlag, 1988, vol. 2. 502 p.

Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2013, vol. 20, no. 1, pp. 79–86. DOI: 10.1134/S0869864313010071.

Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015, vol. 7, iss. 3, pp. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072.

Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock wave dispersion of gas-particle mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73. DOI: 10.1134/S1028335816020038.

Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2016, vol. 56, no. 12, pp. 2068–2078. DOI: 10.1134/S0965542516120137.

Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas-solid suspension flow by applying electric field. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2016, vol. 93, pp. 778–787. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063.

Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2018, vol. 91, iss. 5, pp. 1141–1147. DOI: 10.1007/s10891-018-1842-8.

Tukmakov D. A. Numerical Study of Polydisperse Aerosol Dynamics with the Drops Destruction. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2019, vol. 40, no. 6, pp. 824–827. DOI: 10.1134/S1995080219060234.

Varaksin A. Y. Clusterization of particles in turbulent and vortex two-phase flows. *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 5, pp. 752–769. DOI: 10.1134/S0018151X14050204.

Varaksin A. Y., Protasov M. V., Yatsenko V. P. Analysis of the deposition processes of solid particles onto channel walls. *High Temperature*, 2013, vol. 51, no. 5, pp. 665–672. DOI: 10.1134/S0018151X13050210.

Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines. *Powder Technology*, 2019, vol. 345, pp. 346–351. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.12.098.

Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an RF glow discharge. *Plasma Physics Reports*, 2013, vol. 39, no. 13, pp. 1096–1098. DOI: 10.1134/S1063780X13050176.

Для цитирования: Тукмаков Д. А. Математическое исследование скоростного скольжения фаз при взаимодействии ударной волны предельно малой интенсивности с электрически заряженной газозвесью // Вестник Череповецкого государственного университета. – 2020. – № 4 (97). – С. 77–88. DOI: 10.23859/1994-0637-2020-4-97-7

For citation: Tukmakov D. A. A mathematical study on the velocity slip of phases during the interaction between a shock wave of limiting low intensity and an electrically charged gas suspension. *Bulletin of the Cherepovets State University*, 2020, no. 4 (97), pp. 77–88. DOI: 10.23859/1994-0637-2020-4-97-7