

МОДЕЛЬ И МЕТОД РАСЧЕТА СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ $M/H_2/n-H_2$
С ОГРАНИЧЕНИЕМ ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ

Предложена модель системы массового обслуживания с ограничением времени пребывания заявок $M/H_2/n-H_2$ в виде марковской цепи с непрерывным временем и метод расчета стационарного распределения и вероятности потери заявки в данной системе. Результаты верифицированы с помощью имитационной модели.

Системы массового обслуживания, нетерпеливые заявки, ограниченное пребывание, гиперэкспоненциальное распределение, численные методы.

The paper presents the method of calculating the multi-channel queuing systems with impatient customers with Poisson arrival flow and second order hyperexponential distributions both service time and restricted sojourn time $M/H_2/n-H_2$. The results are verified using the simulation model.

Queuing systems, impatient customers, restricted sojourn time, hyperexponential distribution, numerical methods.

Введение. Во многих практических задачах теории очередей возникают ситуации, когда время пребывания заявки (время «терпения») в системе массового обслуживания (СМО) ограничено некоторой (в общем случае случайной) величиной. Примеры подобных ситуаций:

- в здравоохранении – при организации медицинской помощи на каком-либо ее этапе лечение больного может закончиться летальным исходом;
- в системах противовоздушной обороны – наступательные и разведывательные средства противника находятся в зоне поражения средствами противовоздушной обороны ограниченное время;
- в логистике – срок годности товаров при перемещении по цепям поставок ограничен;
- в управлении – информация со временем теряет актуальность и т.д.

Обстоятельный обзор современного состояния вопроса приводится, например, в [7]. Приходится констатировать, однако, что подавляющее большинство известных методов относится либо к чисто марковским системам $M/M/n-M$ [2] (в дополнении к нотации Кендалла через дефис указан тип распределения времени терпения), либо ограничены весьма жесткими условиями – одноканальное обслуживание и большая загрузка [7]. Из работ по анализу *многоканальных немарковских* систем стоит выделить статью [8], в которой рассматривается диаграмма переходов системы с марковским обслуживанием и H_2 -распределением терпения $M/M/n-H_2$, а также работу [3], в которой предложен метод расчета системы с *МАР-входящим* потоком, матрично-фазовым (Ph) распределением обслуживания и марковским терпением. При этом не рассматривались системы с ограничением на *полное* (ожидание плюс обслуживание) время пребывания заявки в системе.

С точки зрения практической значимости наибольший интерес представляют многоканальные системы с простейшим входящим потоком и произвольными (немарковскими) распределениями времен

обслуживания и терпения. В данной статье представлен метод расчета многоканальной системы с простейшим входящим потоком и H_2 -распределениями обслуживания и предельного пребывания $M/H_2/n-H_2$. Применение H_2 -распределения позволяет выровнять три начальных момента любого исходного (кроме Эрланга второго порядка), что обеспечивает приемлемую точность при расчете СМО [6].

Расчет системы $M/H_2/n-H_2$ проходит следующие этапы:

- построение диаграммы переходов;
- формирование в соответствии с диаграммой матриц интенсивностей переходов;
- составление уравнений баланса переходов, их решение и расчет стационарных характеристик СМО.

Остановимся подробнее на каждом этапе.

Диаграмма переходов. Рассмотрим фазовое представление состояний системы $M/H_2/n-H_2$ и переходов между ними. Пусть H_2 -распределение обслуживания имеет параметры $\{u_i, \mu_j\}$, где $\{u_i\}$, $i = 1, 2$ – вероятности выбора фаз, $\{\mu_j\}$, $j = 1, 2$ – интенсивности показательного распределения времени обслуживания в них. Аналогично зададим параметры H_2 -распределения терпения – $\{u_i, \gamma_j\}$. Заметим, что параметры H_2 -распределения могут принимать комплексные (попарно-сопряженные) значения, что подчеркивает фиктивный процесс расщепления процесса на фазы. Это допущение позволяет аппроксимировать распределения с коэффициентами вариации, меньшими единицы.

Для каждой вновь прибывшей в систему заявки необходимо зафиксировать ее тип по времени обслуживания (с вероятностью u_1 она будет первого типа и с вероятностью u_2 – второго) и терпения (аналогично с вероятностями u_1, u_2). Расстановки заявок по типам обслуживания (i, j) и терпения (l, m) образуют микросостояния системы, которые характеризуется четырехразрядными «ключами» микросостояний (i, j, l, m), $i + j = \min(k, n)$, $l + m = k$, где k – ко-

личество заявок в системе, n – число каналов обслуживания. Наглядно изобразить возможные микросостояния системы $M/H_2/n-H_2$ можно с помощью разбиения ярусов диаграммы, представляющих распределение заявок по фазам обслуживания, на слои, учитывающие расстановку по фазам терпения (рис. 1).

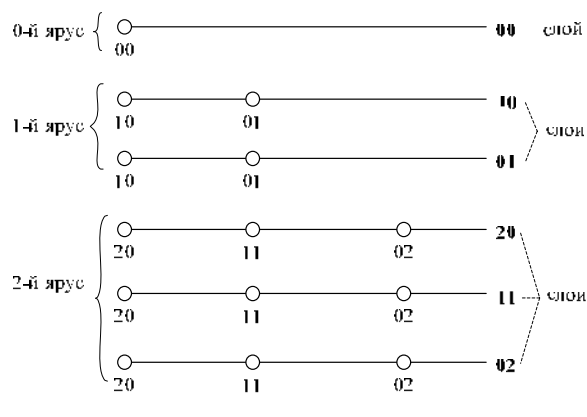


Рис. 1. Многослойное представление состояний системы $M/H_2/n-H_2$

Номер яруса соответствует количеству заявок в системе, двузначные коды по горизонтали – расстановку по типам обслуживания, справа по вертикали – по типам терпения. Начиная с яруса $j \geq n$, прибывшие заявки становятся в очередь и не влияют на обслуживание; соответственно, диаграмма перестает расти «вширь», но увеличивается количество слоев каждого нижележащего яруса.

Поскольку уход нетерпеливых заявок автоматически уменьшает вероятность длинной очереди, количество ярусов диаграммы можно ограничить сравнительно небольшим числом R . Если в результате расчета окажется, что вероятность наличия в системе R заявок велика, необходимо повторить расчет с увеличенным R .

Изображение всех возможных переходов между микросостояниями на данной диаграмме приводит к полной потере наглядности. Поэтому ограничимся переходами из микросостояния с ключом (i, j, l, m) в смежные с ним. На рис. 2 показаны упомянутые переходы в «недогруженной» системе, т.е. когда имеются свободные каналы обслуживания. Интенсивность перехода из одного микросостояния в другое находится как произведение коэффициентов при соединяющих их стрелках.

При *прибытии* новой заявки выбираются типы ее терпения и обслуживания (очередность выбора в данном случае не принципиальна). При уходе по *завершению обслуживания* вероятность выбора нового микросостояния пропорциональна доле заявок соответствующего типа терпения, при уходе по *завершению терпения* – доле заявок соответствующего типа обслуживания от общего количества заявок в системе.

Когда все каналы заняты, вновь прибывшая заявка становится в очередь. При этом микросостояние обслуживания не меняется, но меняется расстановка по типам терпения. Схема соответствующих переходов представлена на рис. 3.

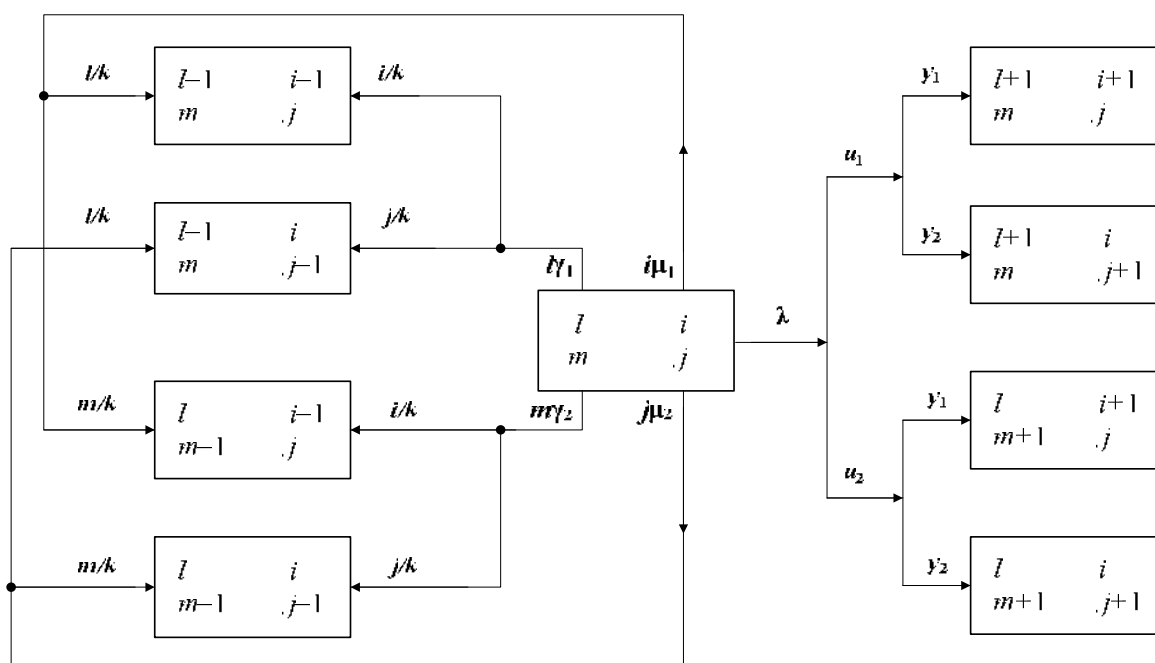


Рис. 2. Переходы в недогруженной системе $M/H_2/n-H_2$

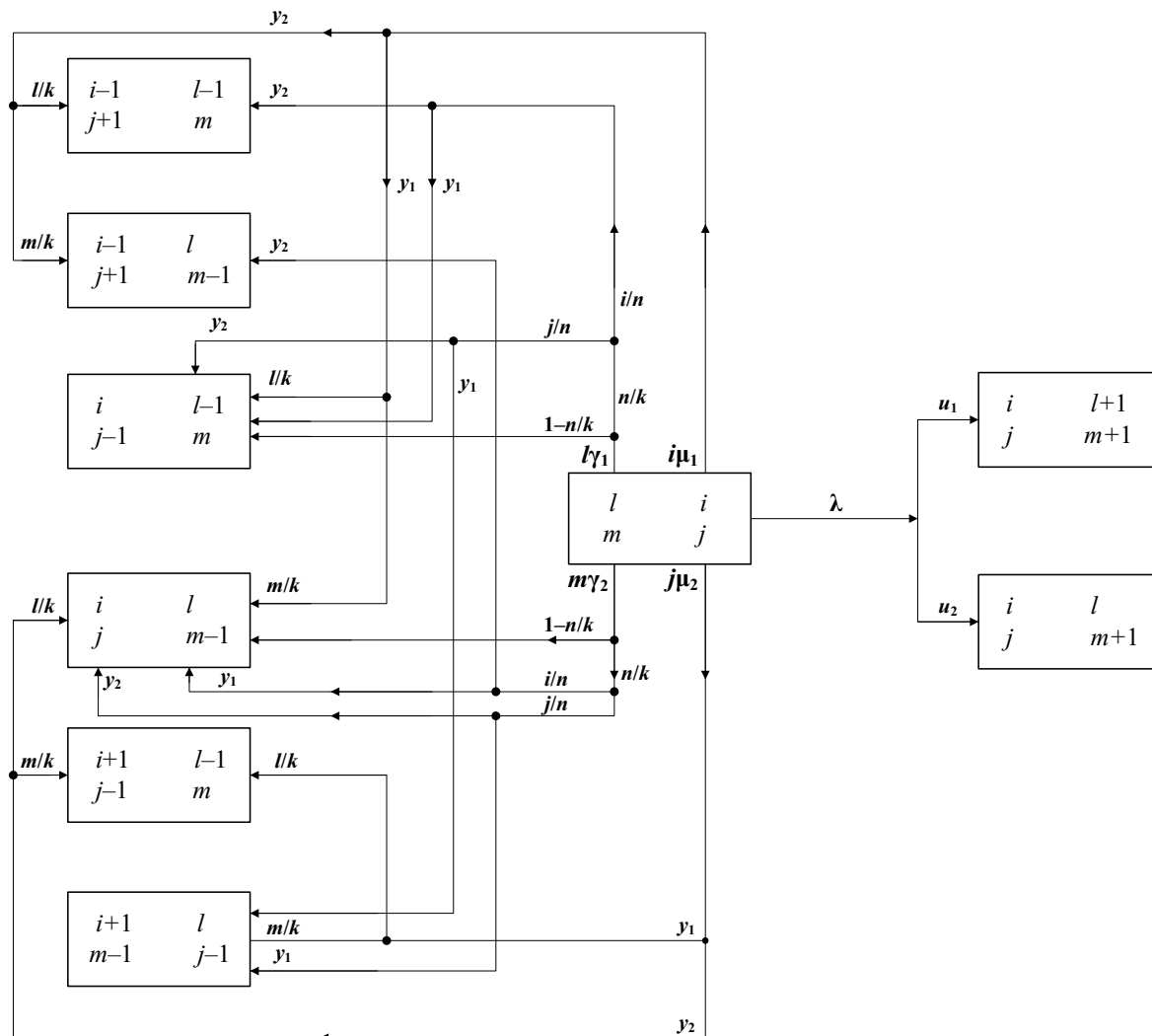


Рис. 3. Переходы в загруженной системе $M/H_2/n-H_2$

При уходе заявки по завершению обслуживания следующее микросостояние выбирается исходя из того, какой она имела тип терпения (вероятности пропорциональны числу заявок соответствующего типа), и какого типа обслуживания требует головная заявка очереди (с вероятностью y_1 первого типа, с вероятностью y_2 – второго). При уходе по *исчерпанию терпения* для начала устанавливается, из канала он произошел или из очереди (вероятность каждого из этих событий пропорциональна числу каналов и длине очереди соответственно). Если «нетерпение» случилось в очереди, то уменьшается количество заявок соответствующего типа терпения; если в канале – выбирается какого типа по обслуживанию была ушедшая заявка, затем – какого типа обслуживания требует головная заявка очереди.

Матрицы переходов и уравнения баланса. На основе диаграмм (рис. 2, 3) могут быть получены диаграммы интенсивностей переходов в микросостояния (i, j, l, m) , необходимые для записи уравнений баланса вероятностей состояний.

Обозначим через $S_{j,i}$ множество всех возможных микросостояний обслуживания на i -м слое j -го яруса

системы. Номер слоя совпадает с количеством заявок второго типа терпения, $i = \overline{0, j}$. Через σ_j обозначим количество микросостояний в $S_{j,i}$. В случае H_2 -распределения $\sigma_j = \min(n, j) + 1$. По *прибытию* заявок каждый «крайний» слой-приемник j -го яруса (нулевой и j -й) связан переходами лишь с одним крайним слоем-источником – нулевым и $(j-1)$ -м соответственно – $(j-1)$ -го яруса. Остальные его слои-приемники $i = \overline{1, j-1}$ связаны с двумя слоями-источниками вышележащего яруса. По *уходам* заявок каждый слой-приемник j -го яруса связан с двумя слоями-источниками $(j+1)$ -го. В соответствии с диаграммой переходов и этим правилом формируются следующие матрицы интенсивностей инфинитезимальных переходов:

$A_{j,i}^m [\sigma_j \times \sigma_{j+1}]$, $m=0, 1$ – в $S_{j+1, i+m}$ (прибытие заявки), где $m=0$ соответствует первому типу терпения прибывшей заявки, $m=1$ – второму;

$B_{j,i}^m [\sigma_j \times \sigma_{j-1}]$ – в $S_{j-1, i-m}$ (уход заявки по обслуживанию или исчерпанию терпения), причем для

слоев $i = \overline{1, j-1}$ возможен переход на два слоя вышележащего яруса, поэтому $m = 0, 1$, а для крайних слоев при $i = 0$ $m = 0$, при $i = j$ $m = 1$;

$D_{j,i} [\sigma_j \times \sigma_j]$ – ухода из состояний i -го слоя яруса j (в квадратных скобках здесь и далее указывается размер матриц).

Верхний индекс у первых двух матриц обозначает, какого типа терпения уходит (или приходит) заявка. Введем векторы-строки $\pi_{j,i} = \{\pi_{j,i,1}, \pi_{j,i,2}, \dots, \pi_{j,i,\sigma_j}\}$ вероятностей нахождения СМО в состояниях i -го слоя j -го яруса. Теперь можно записать векторно-матричные уравнения баланса переходов между состояниями слоев для ярусов $j = \overline{0, R-1}$:

$$\begin{aligned} \pi_{0,0} D_{0,0} &= \sum_{m=0}^1 \pi_{1,m} B_{1,m}^m, \quad j=0; \\ \pi_{j,i} D_{j,i} &= \sum_{m=0}^1 (\pi_{j-1,i-m} A_{j-1,i-m}^m + \pi_{j+1,i+m} B_{j+1,i+m}^m), \\ &\quad i = \overline{0, j}, \quad j = \overline{1, R-1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для удобства записи уравнений будем считать, что у «крайних» слоев-приемников матрицы интенсивностей несуществующих переходов и векторы-строки вероятностей состояний несуществующих слоев-источников нулевые.

Для последнего R -го яруса, соответствующего предельной учитываемой длине очереди,

$$\pi_{R,i} D_{R,i} = \sum_{m=0}^1 (\pi_{j-1,i-m} A_{R-1,i-m}^m), \quad i = \overline{0, R}. \quad (2)$$

Систему (1–2), дополненную условием нормировки, практически приходится расписывать покомпонентно. Даже для моделей с ограниченной очередью она характеризуется чрезвычайно высокой размерностью, и стандартные методы решения систем линейных алгебраических уравнений применительно к ней оказываются малоэффективными. Мы развили применительно к ситуации с нетерпеливыми заявками итерационный метод [5] решения системы (1–2), восходящий к Такахаши и Таками [9]. Из последней работы здесь используется только одна ключевая идея: расчет в терминах условных вероятностей микросостояний.

Положим $t_{j,i} = \pi_{j,i} / p_j$, где p_j – суммарная вероятность наличия в системе ровно j заявок, и обозначим

$$x_j = p_{j+1} / p_j, \quad z_j = p_{j-1} / p_j. \quad (3)$$

Тогда систему (1–2) можно переписать относительно векторов условных вероятностей $\{t_{j,i}\}$, нормированных к единице в пределах яруса:

$$\begin{aligned} t_{0,0} D_{0,0} &= \sum_{m=0}^1 x_0 t_{1,m} B_{1,m}^m, \quad j=0; \\ t_{j,i} D_{j,i} &= \sum_{m=0}^1 (z_j t_{j-1,i-m} A_{j-1,i-m}^m + x_j t_{j+1,i+m} B_{j+1,i+m}^m), \\ &\quad i = \overline{0, j}, \quad j = \overline{1, R-1}; \\ t_{R,i} D_{R,i} &= z_R \sum_{m=0}^1 (t_{j-1,i-m} A_{R-1,i-m}^m), \quad i = \overline{0, R}, \quad j = R. \end{aligned} \quad (4)$$

С помощью векторов-столбцов $\mathbf{1}_j = \{1, 1, \dots, 1\}^T$ размера σ_j для всех j могут быть записаны дополняющие систему (4) уравнения нормировки

$$\sum_{i=0}^j t_{j,i} \mathbf{1}_j = 1 \quad (5)$$

и баланса суммарных интенсивностей переходов между $(j-1)$ -м и j -м ярусом

$$z_j \sum_{i=0}^{j-1} t_{j-1,i} \sum_{m=0}^1 A_{j-1,i}^m \mathbf{1}_j = \left(\sum_{i=0}^j t_{j,i} \sum_{m=0}^1 B_{j,i}^m \right) \mathbf{1}_{j-1}. \quad (6)$$

Перепишем уравнения системы (4) для $j = \overline{1, R-1}$ в виде

$$\begin{aligned} t_{j,i}^{(k)} D_{j,i} &= \sum_{m=0}^1 (z_j^{(k)} t_{j-1,i-m}^{(k)} A_{j-1,i-m}^m + x_j^{(k)} t_{j+1,i+m}^{(k-1)} B_{j+1,i+m}^m), \\ &\quad i = \overline{0, j}, \end{aligned}$$

где верхний индекс показывает номер итерации. Теперь ясно, что

$$t_{j,i}^{(k)} = z_j^{(k)} \beta'_{j,i} + x_j^{(k)} \beta''_{j,i}, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \beta'_{j,i} &= \sum_{m=0}^1 t_{j-1,i-m}^{(k-1)} A_{j-1,i-m}^m D_{j,i}^{-1}; \\ \beta''_{j,i} &= \sum_{m=0}^1 t_{j+1,i+m}^{(k-1)} B_{j+1,i+m}^m D_{j,i}^{-1}, \\ &\quad i = \overline{0, j}, \quad j = \overline{1, R-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Осталось указать способ расчета $\{z_j^{(k)}\}$ и $\{x_j^{(k)}\}$. Перепишем (6) с учетом (7):

$$\begin{aligned} z_j^{(k)} \sum_{i=0}^{j-1} t_{j-1,i} \sum_{m=0}^1 A_{j-1,i}^m \mathbf{1}_j &= \\ &= \left(z_j^{(k)} \sum_{i=0}^j \beta'_{j,i} \sum_{m=0}^1 B_{j,i}^m + x_j^{(k)} \sum_{i=0}^j \beta''_{j,i} \sum_{m=0}^1 B_{j,i}^m \right) \mathbf{1}_{j-1}. \end{aligned}$$

Отсюда следует пропорциональность

$$z_j^{(k)} = c x_j^{(k)}, \quad (9)$$

с коэффициентом

$$c = \frac{\left(\sum_{i=0}^j \beta_{j,i}'' \sum_{m=0}^1 B_{j,i}^m \right) \mathbf{1}_{j-1}}{\sum_{i=0}^{j-1} t_{j-1,i} \sum_{m=0}^1 A_{j-1,i}^m \mathbf{1}_j - \left(\sum_{i=0}^j \beta_{j,i}' \sum_{m=0}^1 B_{j,i}^m \right) \mathbf{1}_{j-1}}. \quad (10)$$

В этой и последующих формулах произведения матриц переходов на вектора-столбцы $\mathbf{1}_j$, $\mathbf{1}_{j-1}$ равны суммам строк соответствующих матриц и могут быть вычислены до начала итераций.

Подстановка (7) и (9) в (5) дает

$$x_j^{(k)} \sum_{i=0}^j (c\beta_{j,i}' + \beta_{j,i}'') \mathbf{1}_j = 1.$$

Итак,

$$x_j^{(k)} = 1 / \sum_{i=0}^j (c\beta_{j,i}' + \beta_{j,i}'') \mathbf{1}_j. \quad (11)$$

Удобным критерием прекращения итераций является условие

$$\max_j |x_j^{(k)} - x_j^{(k-1)}| \leq \varepsilon.$$

После прекращения итераций можно переходить к нахождению абсолютных значений вероятностей. Из определения чисел $\{x_j\}$ следуют равенства

$$p_j = x_{j-1} p_{j-1}, \quad j = \overline{1, R}. \quad (12)$$

Далее принимается $p_0 = 1$, а последующие вероятности считаются согласно (12) с одновременным накоплением суммы. Затем все вычисленные вероятности делятся на упомянутую сумму.

При известных $\pi_{j,i} = \{\pi_{j,i,1}, \pi_{j,i,2}, \dots, \pi_{j,i,\sigma_j}\}$ вероятность ухода заявки по нетерпению

$$P_{imp} = \lambda^{-1} \sum_{j=1}^R \sum_{i=0}^j [(j-i)\gamma_1 + i\gamma_2] \pi_{j,i} \mathbf{1}_j. \quad (13)$$

Программная реализация. Описанный метод предполагает работу с переменным числом матриц переменной размерности (в зависимости от числа каналов и максимальной длины очереди). Поэтому для хранения матриц A , B и D при программировании на Фортране 90 выделялась динамическая (allocatable) память.

Матрицы упаковывались в трехмерные массивы, в которых первое измерение соответствовало количеству матриц данного вида, второе и третье – размеру последней, самой большой матрицы. Например, для матриц B – интенсивностей ухода заявок, – начиная с первого яруса (рис. 1) каждому слою-

источнику соответствует два слоя-приемника. Поскольку j -й ярус включает в себя $j + 1$ слой, общее количество упомянутых матриц

$$N_B = 2 \sum_{j=1}^R (j+1) = (R+3)R.$$

Предельный размер матриц определяется по матрицам последнего (R -го) яруса. Количество микросостояний его слоев-источников (строк матрицы переходов) составляет $n+1$, количество микросостояний слоев-приемников вышележащего ($R-1$)-го яруса (столбцов матрицы переходов) – $n+1$. Итоговая характеристика измерений набора матриц B – $[(R+3)R, n+1, n+1]$. По аналогичной методике рассчитывались размеры всех прочих наборов. Наборы векторов условных вероятностей t и диагоналей матриц D упаковывались в двумерные массивы.

Поскольку параметры H_2 -распределения могут принимать комплексные значения, тип данных для матриц A , B , D , t задавался complex*16.

Для связи номера матрицы в наборе с номерами ярусов и слоев диаграммы были созданы массивы адресов – трехмерные для A и B и двумерные – для D и t . В трехмерных массивах первое измерение соответствовало номеру яруса, с которого уходит заявка, второе и третье – номеру слоя-источника и слоя-приемника соответственно; в двумерных первое измерение – номеру яруса, второе – номеру слоя.

Для верификации полученной программы на Фортране 90 была разработана имитационная модель. Особенности ее программирования описывались на VI Всероссийской конференции по имитационному моделированию [4].

Численные результаты. Было рассчитано стационарное распределение заявок в системе $M/H_2/n-H_2$ и вероятность потери заявки по нетерпению – формула (13), при следующих исходных данных:

- число каналов $n = 3$;
- среднее время обслуживания $b_1 = 1$;
- среднее время терпения $g_1 = 2,0$;
- коэффициент загрузки $\rho = 0,5$;
- предельное число заявок в системе $R = 11$.

Необходимая для расчета интенсивность входящего потока находилась по формуле $\lambda = \rho n / b_1$. Заметим, что коэффициент загрузки не учитывает уход нетерпеливых заявок, поэтому он теряет определяющую роль и условие $\rho < 1$ для существования стационарного режима не предъявляется.

По трем начальным моментам рассчитывались параметры гиперэкспоненты для аппроксимации детерминированного D (коэффициент вариации $v = 0$) терпения и Эрланга третьего порядка E_3 ($v = 0,577$) распределения обслуживания.

В табл. 1 приведены результаты расчета стационарного распределения $\{p_j\}$, $j = \overline{0, 11}$ числа заявок в системе $M/D/3-E_3$ предложенным в статье численным методом (Числ.) и с помощью имитационной модели (ИМ) для 1 млн испытаний. Выбор именно D и E_3 -распределений обусловлен тем, что при их аппрок-

симации гиперэкспонентой параметры последней принимают комплексные значения. Преследуется цель показать, что такие парадоксальные значения не влияют на конечный результат.

Отклонение полученных численным методом вероятностей до порядка 10^{-5} от имитационной модели укладывается в 15 %, что принято считать вполне приемлемым [1]. Это говорит о правильности идеи и программной реализации предложенного расчетного метода. Заметим, что из-за несовершенства датчиков равномерно распределенных случайных чисел, на основе которых моделируются все прочие распределения, имитационная модель не может считаться идеальным эталоном, особенно при вычислении вероятностей редких событий. Дополнительную погрешность в численный метод вносит учет только трех начальных моментов исходных распределений. Также видно, что при заданных исходных данных вероятность длинной очереди имеет порядок 10^{-6} – 10^{-12} , что говорит о сильном влиянии ухода нетерпеливых заявок на загрузку системы.

Рассмотрим вероятности потери «нетерпеливой» заявки (формула 13), которая является интегральной характеристикой СМО, при других распределениях обслуживания и терпения и различных коэффициен-

тах загрузки ρ (табл. 2). В скобках указаны коэффициенты вариации распределений.

Из представленных в табл. 2 результатов следует, что при фиксированном распределении «терпения» с ростом коэффициента вариации обслуживания вероятность ухода заявки из системы возрастает. Также с ростом коэффициента загрузки прослеживается снижение влияния вида распределений обслуживания и терпения на вероятность ухода из системы.

Заключение. Перечислим основные результаты данной статьи.

1. Предложен метод расчета систем с ограничением времени пребывания заявок $M/G/n-G$ с помощью H_2 -аппроксимации времен обслуживания и терпения.

2. Установлено, что метод позволяет получить корректный результат даже в области комплексных параметров H_2 -распределения.

3. Показано, что учет лишь средних значений (показательная аппроксимация) при заметном отличии исходных распределений обслуживания и терпения от экспоненциального приводит к существенным погрешностям.

Таблица 1

Вероятности $\{p_j\}$ системы $M/D/3-E_3$

j	ИМ	Числ.	j	ИМ	Числ.	j	ИМ	Числ.
0	6,240e-1	6,288e-1	4	1,296e-3	1,173e-3	8	8,802e-8	3,436e-8
1	2,943e-1	2,912e-1	5	1,179e-4	1,042e-4	9	0,000e+0	1,970e-9
2	6,934e-2	6,792e-2	6	9,135e-6	8,018e-6	10	0,000e+0	1,046e-10
3	1,095e-2	1,078e-2	7	6,382e-7	5,507e-7	11	0,000e+0	5,128e-12

Таблица 2

Влияние коэффициентов загрузки и вариации распределений на вероятность ухода заявки по «нетерпению»

Распр. обл.	ρ	Распределение терпения					
		$E_3 (0.577)$		$M (1)$		$H_2 (2)$	
		ИМ	Числ.	ИМ	Числ.	ИМ	Числ.
D (0)	0,7	4,95e-2	5,18e-2	9,05e-2	9,04e-2	2,23e-1	2,22e-1
	1,4	3,59e-1	3,72e-1	4,09e-1	4,10e-1	4,58e-1	4,56e-1
M (1)	0,7	7,90e-2	8,18e-2	2,02e-1	2,02e-1	2,39e-1	2,38e-1
	1,4	3,69e-1	3,77e-1	4,20e-1	4,20e-1	4,74e-1	4,71e-1
H_2 (1,5)	0,7	9,91e-2	1,15e-1	2,16e-1	2,16e-1	2,48e-1	2,47e-1
	1,4	3,79e-1	3,80e-1	4,27e-1	4,25e-1	4,81e-1	4,78e-1

В настоящее время ведется работа по разработке метода расчета временных характеристик исследуемой СМО. Далее станет возможен расчет сети массового обслуживания с узлами типа $M/G/n-G$ и ограничением полного времени пребывания заявки в ней.

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю профессору Юрию Ивановичу Рыжикову за ряд ценных рекомендаций при написании данной статьи.

Литература

1. Башарин, Г.П. Анализ очередей в вычислительных системах / Г.П. Башарин, П.П. Бочаров, Я.А. Коган. – М., 1989.
2. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания: Учебник / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М., 1995.
3. Дудин, С.А. Модель функционирования колл-центра как система $MAP/PH/N/R-N$ с нетерпеливыми запросами / С.А. Дудин, О.С. Дудина // Проблемы передачи информации. – 2011. – № 47. – С. 68 – 83. – doi: 10.1134/S0032946011040053.
4. Рыжиков, Ю.И. Имитационное моделирование систем с «нетерпеливыми» заявками / Ю.И. Рыжиков, А.В. Уланов // Имитационное моделирование. Теория и практи-

ка: тр. VI Всероссийской конференции. – Казань, 2013. – С. 339 – 342.

5. Рыжиков, Ю.И. Итеративный метод расчета многоканальных систем с произвольным распределением времени обслуживания / Ю.И. Рыжиков, А.Д. Хомоненко // Проблемы управления и теории информации. – 1980. – № 3. – С. 203 – 213.

6. Рыжиков, Ю.И. Опыт расчета сложных систем массового обслуживания / Ю.И. Рыжиков, А.В. Уланов // Информационно-управляющие системы. – 2009. – № 2. – С. 56 – 62.

7. Hoshi, K. Traffic Performance for a Time-Out Scheme Communication System / K. Hoshi, S. Iijima, Y. Takahashi, N. Komatsu // Proc. International Conference on Ultra Modern Communications “ICUMT’2009”. – St. Petersburg. – 2009. – P. 1 – 6. – doi: 10.1109/ICUMT.2009.5345457.

8. Roubos, A. Call Centers with Hyperexponential Patience Modeling / A. Roubos, O. Jouini // International Journal of Production Economics. – 2013. – V. 141. – P. 307 – 315. – doi: 10.1016/j.ijpe.2012.08.011.

9. Takahashi, Y. Numerical Method for the Steady-State Probabilities of a GI/G/c Queuing System in General Class / Y. Takahashi, Y.A. Takami // Journal of the Operations Research Society of Japan. – 1976. – V. 19. – № 2. – P. 147 – 155.

УДК 621.778.04

Р.А. Юдин, Н.И. Шестаков, И.Р. Юдин, Н.А. Тувалин

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА И РЕГУЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ДВУХСТАДИЙНОГО СЖИГАНИЯ ПРИРОДНОГО ГАЗА

В статье представлены результаты разработки алгоритма расчета неполного сгорания природного газа, позволяющего рассчитать химический состав продуктов неполного сгорания и температур, развиваемых при горении, при различных режимных параметрах. В алгоритме использованы зависимости константы термодинамического равновесия реакции водяного пара от стехиометрических объемов продуктов полного сгорания. В статье также приведены возможности по улучшению автоматического регулирования температуры в зонах печей при двухстадийном сжигании природного газа.

Оксид и диоксид углерода, водород и водяные пары, коэффициент расхода первичного воздуха, константа термодинамического равновесия, инерционность, автоматическое регулирование.

The article presents the results of the algorithm for calculating the incomplete combustion of natural gas, which allows calculating the chemical composition of the products of incomplete combustion and temperatures developed by combustion, at various regime parameters. The algorithm used the dependence of thermodynamic equilibrium constant of the reaction of water vapor from the stoichiometric amounts of products of complete combustion. The article also provides opportunities to improve the automatic temperature control in furnace at two-stage burning of natural gas.

Oxide and carbon dioxide, hydrogen and water vapor flow rate of primary air, constant of thermodynamic equilibrium, inertia, automatic regulation.

В черной металлургии и машиностроении при термохимической обработке стали широко используют открытый малоокислительный нагрев, применяя двухстадийное сжигание природного газа в печах с последовательными и параллельными зонами сжигания и дожига. Окончательную термообработку проводят в атмосфере продуктов неполного сгорания природного газа, а предварительную – в атмосфере продуктов их дожига, что гарантиро-

ванно обеспечивает малоокислительный нагрев металлопродукции.

Расчет дожига продуктов неполного сгорания, при котором обеспечивается полнота сгорания топлива при минимальных избытках воздуха, не представляет трудностей. Для получения итоговых химических реакций полного сгорания любого вида топлива достаточно ограничиться прямым уравниванием начальных и конечных элементов горения в