Литература

1. *Берсенев, С.В.* Оптимизация выбора методов зубочелюстного протезирования взрослых пациентов в отдаленные сроки после хирургического лечения при врожденной расщелине верхней губы, альвеолярного отростка и нёба: автореф. дис. …. канд. мед. наук / С.В. Берсенев. – М., 2010.

2. *Лохов, В.А.* Алгоритм поиска оптимальных усилий для лечения двусторонней расщелины твердого нёба / В.А. Лохов, О.Ю. Долганова // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т. 16. – № 3 (57). – С. 42 – 56.

3. *Лохов, В.А.* Биомеханическое обоснование выбора конструкции ортопедического аппарата для лечения врожденной расщелины твердого нёба / В.А. Лохов, О.Ю. Долганова // Российский журнал биомеханики. – 2012. – Т. 16. – № 4 (56).

4. *Масич, А.Г.* Математическое моделирование ортопедического лечения врожденной расщелины твердого нёба у детей: дис. ... канд. физ.-мат. наук / А.Г. Масич. – Пермь, 2000.

5. *Штейн, А.А.* Математическая модель растущей растительной ткани как трехфазной деформируемой среды / А.А. Штейн, Е.Н. Юдина // Российский журнал биомеханики – 2011. – Т. 15. – № 1 – С. 42 – 51.

6. *Ambrosi, D.* The theory of mixtures for growth and remodeling compression / D. Ambrosi, G. Vitale // Mini-Workshop: The mathematics of growth and remodelling of soft biological tissues. – 2008. – № 39. – P. 9 – 10.

7. *Hsu, F.* The influence of mechanical loads on the form of a growing elastic body / F. Hsu // University Microfilms, Inc., Ann Arbor. – Michigan. 1966.

8. *Lockhart, J.A.* An analysis of irreversible plant cell elongation / J.A. Lockhart // J. Theoretical Biology. – 1965. – V. 8. – № 2 – P. 264 – 275.

9. *Mura, T.* Micromechanics of Defects in Solids / T. Mura. – Dordrecht: Kluwer Academic Publ, 1991.

10. *Rodriguez, E.K.* Stress-dependent finite growth in soft elastic tissues / E.K. Rodriguez, A. Hoger, A.D. McCulloch // Journal Biomech. – 1994. – V. 27. – № 4 – P. 455 – 467.

11. *Stein, A.A.* The deformation of a rod of growing biological material under longitudinal compression / A.A. Stein // Journal Applied Math and Mechanics. – 1995. – V. 59, № 1 – P. 139–1.

12. *Taber, L.A.* Theoretical Study of Stress-Modulated Growth in the Aorta / L.A. Taber, D.W. Eggers // Journal of Theoretical Biology. – 1996. – V. 180. – P. 343 – 357.

УДК 536.244:533.601

***А.А. Загоскин, С.В. Карпов, Э.Н. Сабуров***

# О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ АЭРОДИНАМИКИ ЦИКЛОННЫХ УСТРОЙСТВ

Статья посвящена анализу применимости различных моделей турбулентности, основанных на осредненных по времени уравнениях Навье-Стокса при численном моделировании сильно закрученных потоков. Выполнено сопоставление расчетных и экспериментальных данных, полученных для циклонного устройства с внешней саморециркуляцией газов и показана возможность изучения его аэродинамики численным моделированием.

Циклонная камера, численное моделирование, аэродинамика.

The paper is devoted to the analysis of application of various RANS turbulence models based on Navier-Stokes equations averaged over time at the numerical simulation of strongly swirling flows. Results of mathematical modeling of cyclone devices with external gas recirculation were compared with experimental data. The results showed that cyclone device aerodynamics could be investigated by numerical simulations.

Cyclone device, numerical simulations, aerodynamics.

**Обозначения:**

$v_{вх}$ – средняя скорость потока во входных каналах;

$\overline{w}_{\varphi} = w_{\varphi} / v_{вх}$ – безразмерная тангенциальная компонента полной скорости потока;

$\overline{w}_{\varphi m} = w_{\varphi m} / v_{вх}$ – безразмерная максимальная тангенциальная скорость;

$r_{\varphi m}$ – радиус положения максимума тангенциальной скорости;

$d_{вых}$ – диаметр выходного отверстия циклонной камеры;

$f_{вх}$ – площадь входа циклонной камеры;

$Q_{вх}$ – объемный расход газа через циклонную камеру;

$Q_{рец}$ – объемный расход рециркулируемого газа;

$k_с = Q_{рец} / Q_{вх}$ – коэффициент саморециркуляции;

$p_с$ – избыточное статическое давление;

$p_{с.к}$ – избыточное статическое давление на боковой поверхности камеры;

$\Delta P_п$ – перепад полного давления в циклонной камере;

$\zeta_{вх} = 2\Delta P_п / (\rho v_{вх}^2)$ – коэффициент аэродинамического сопротивления циклонной камеры.

Для численного моделирования аэродинамики циклонных устройств первостепенное значение имеет обоснованный выбор модели турбулентности и методов дискретизации дифференциальных уравнений. В работе [1] показано, что неправильный выбор численных схем для дискретизации уравнений

движения приводит к существенному снижению расчетного уровня тангенциальных скоростей в циклонном устройстве и даже к вырождению ядра течения. Достаточно много работ посвящено анализу применимости различных моделей турбулентности к закрученным потокам, и на их основании делается вывод, что наиболее точные результаты расчетов могут быть получены с использованием моделей RSM [1], [13], методов Large Eddy Simulation [10] и Detached Eddy Simulation [9]. Однако системы уравнений моделей семейства RSM обладают сильной нелинейностью [6], из-за чего для обеспечения устойчивости и сходимости решения необходимо использовать расчетные сетки высокого качества, ячейки которых не должны быть скошенными или вытянутыми. Это накладывает на применение моделей RSM большие ограничения, связанные часто с невозможностью обеспечить данные требования для математического моделирования реальных устройств, отличающихся сложной геометрией.

В свою очередь для использования метода Large Eddy Simulations требуется большее количество ячеек расчетной сетки и меньший шаг счета по времени, чем для моделей, основанных на осредненных по времени уравнениях Навье-Стокса. Поэтому, несмотря на значительный в современных условиях рост вычислительных мощностей, данный метод расчета остается очень затратным, что также ограничивает область его применения.

Широко распространенные одно- и двухпараметрические модели (k-ε, k-ω, k-ω-SST, модель Спаларта-Алмареса) менее требовательны к качеству расчетной сетки, чем модели RSM и требуют меньших вычислительных ресурсов, чем, например, метод LES. Но в своей оригинальной постановке они не учитывают возможную кривизну линий тока [6], что проявляется в сильном расхождении между экспериментальными и расчетными значениями $\overline{w}_\varphi$ (рис. 1). Поэтому для моделирования циклонных устройств необходимо дополнительно определять параметры, количественно характеризующие закрутку потока, и вводить соответствующие поправки.

В работах [8], [11] такие поправки предложены для модели Спаларта-Алмареса (SARC и SARCM соответственно), а в исследованиях [7], [12] – для модели k-ω-SST (k-ω-SST-RC и k-ω-SST-RC-Hellsten). В работах [7], [8] использованы более простые для реализации и расчета уравнения, но менее точные для сильнозакрученных течений, развивающихся в циклонных камерах, что будет показано далее.

Для определения применимости указанных моделей при расчете циклонных устройств проведено численное моделирование течения на платформы OpenFOAM, которая в данной работе была дополнена указанными выше поправками. Геометрия расчетной модели соответствовала размерам экспериментальной установки [1], использовались гексаэдральная расчетная сетка с количеством ячеек 350000, нестационарный метод pimpleFoam и схемы дискретизации второго порядка точности.

На рис. 1 показано сопоставление профилей безразмерной тангенциальной скорости в циклонном устройстве, полученных экспериментальным [1], [2] и расчетным методами.

Как видно из представленных данных, использование поправок на кривизну линий тока, приведенных в работах [11], [12], значительно улучшает результаты моделирования течения в циклонном устройстве, а именно:

1) приводит к появлению ярко выраженных зон квазитвердого и квазипотенциального течения;

2) в случае модели k-ω-SST-RC положение максимума тангенциальной скорости практически совпадает с полученным экспериментально;

3) расчетный профиль $\overline{w}_\varphi$ качественно повторяет опытный.

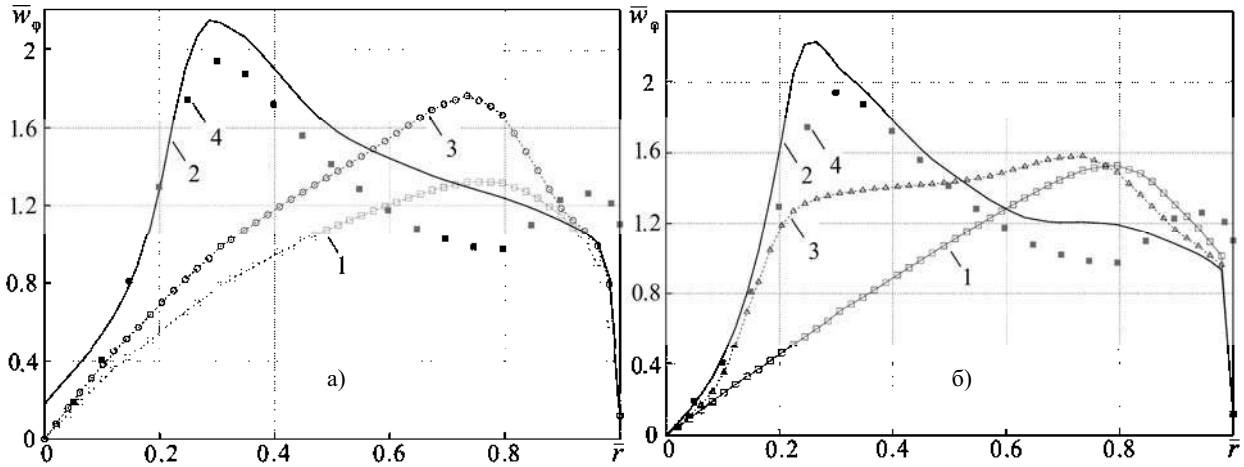


Рис. 1. Распределение безразмерной тангенциальной скорости по радиусу циклонной камеры: а) 1 – k-ω-SST; 2 – k-ω-SST-RC; 3 – k-ω-SST-RC-Hellsten; б) 1 – SA; 2 – SARC; 3 – SARCM; 4 – эксперимент ($d_{вых}$ = 0,3, $k_c$ = 0)

Из недостатков следует отметить заметное расхождение расчетного профиля тангенциальной скорости в периферийной (пристенной) зоне течения и, в целом, завышение значений $\bar{w}_\varphi$.

Использование поправок, предложенных в работах [7], [8], в нашем случае не улучшило результаты, полученные с помощью исходных моделей.

В целом, точность расчета при использовании моделей SARC и k-ω-SST-RC ниже, чем для модели Лаундера-Гибсона (рис. 2). Но из-за лучшей устойчивости и сходимости вычислений они могут применяться при математическом моделировании устройств со сложной геометрией (например, циклонных нагревательных устройств, загруженных садкой из нескольких изделий [4]) либо для получения предварительных результатов, которые могут использоваться в качестве начальных значений для более точных методов и моделей турбулентности.

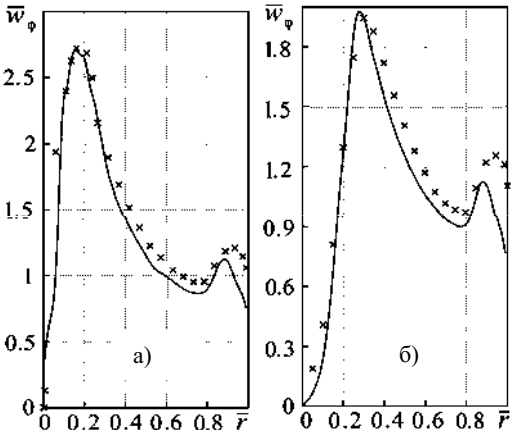


Рис. 2. Радиальное распределение безразмерной тангенциальной скорости. Точки – экспериментальные данные, линии – расчет при $k_c$=0:
а) $\bar{d}_{вых}$=0,2; б) $\bar{d}_{вых}$ = 0,3

В данной работе для исследования аэродинамики циклонных устройств с внешней саморециркуляцией газов [1], [2] использовалась модель Лаундера-Гибсона (RSM). Устройство обладает относительно простой геометрией, что позволяет использовать блочную гексаэдральную сетку (количество ячеек составляло $9\cdot10^5$). Результаты численного моделирования[1] сопоставлялись с экспериментальными данными по распределениям безразмерных тангенциальной скорости $\bar{w}_\varphi = w_\varphi/v_{вх}$ и статического давления $\bar{p}_с = 2p_с/(\rho v_{вх}^2)$ по радиусу камеры, зависимостям $\bar{w}_{\varphi m}$ от $\bar{p}_{с.к}$, $\bar{w}_{\varphi m}$ и $\zeta_{вх}$ от коэффициента саморециркуляции $k_с$.

Экспериментальная установка (рис. 3) представляла собой металлическую модель циклонной камеры 1 с внутренним диаметром $D_к$ = 201 мм и длиной $L_к$ = 327 мм. Подвод воздуха осуществлялся тангенциально к внутренней поверхности рабочего объема с помощью двух каналов 5 высотой $h_{вх}$ = 25 мм и длиной по образующей $l_{вх}$ = 25,9 мм. Таким образом, безразмерная площадь входа составляла $\bar{f}_{вх} = 4f_{вх}/(\pi D_к^2)$ = 0,041. Отвод воздуха производился через выходное отверстие 6 (пережим выходного торца), безразмерный диаметр которого мог принимать значения $\bar{d}_{вых} = d_{вых} / D_к$ = 0,2…0,4.

Забор воздуха на внешнюю саморециркуляцию производился с боковой поверхности камеры через радиальный патрубок с внутренним диаметром $d_{рец}$ = 37 мм и безразмерной площадью проходного сечения $\bar{f}_{рец} = 4f_{рец}/(\pi D_к^2)$ = 0,034. Рециркуляция газов осуществлялась с помощью одного рециркуляционного канала 3, регулирование расхода воздуха производилось вентилем 4. Ввод рециркулируемого газа осуществлялся в приосевую зону циклонного устройства со стороны глухого торца через цилиндрическую камеру смешения 2 внутренним диаметром 53 мм и длиной 450 мм.

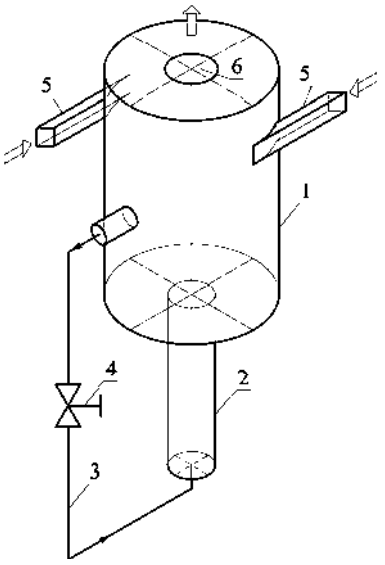


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

Измерение полей скоростей и давлений в рабочем объеме установки было проведено зондовым методом трехканальным цилиндрическим зондом с диаметром приемной части 2,6 мм по общепринятой методике. Измерение расхода рециркулируемого газа производилось по полю скоростей, снятому трубкой Пито-Прандтля. Общий расход воздуха через установку измерялся предварительно протарированной нормальной диафрагмой по ГОСТ 8.586-2005.

На рис. 4 приведено сопоставление профилей тангенциальной скорости для циклонного устройства с саморециркуляцией, из которого видно хорошее совпадение опытных и расчетных значений $\bar{w}_\varphi$. На рис. 5 показано распределение осевых и радиальных скоростей в поперечном сечении камеры, светлым областям соответствуют зоны с высокой интенсивностью перемещения газа, а темным – с низкой интенсивностью. Как видно из рис. 5, весь объем камеры можно условно разделить на ядро потока, пристенную и приторцевые зоны, что аналогично ци-

[1] Работа была выполнена при поддержке программы «Университетский кластер» (http://www.unicluster.ru)

клонным устройствам без саморециркуляции [3], [5].

На рис. 6 приведена зависимость максимальной тангенциальной скорости $\overline{w}_{\varphi m}$ от коэффициента саморециркуляции, из которого видно, что изменение $k_c$ в диапазоне значений 0...0,4 носит линейный характер, а при дальнейшем увеличении $k_c$ уменьшение $\overline{w}_{\varphi m}$ происходит более интенсивно. Это можно объяснить увеличением затрат энергии на закрутку рециркуляционного воздуха, который в рассматриваемом случае подавался аксиально.

Одной из основных расчетных характеристик циклонного устройства является его суммарный коэффициент аэродинамического сопротивления $\zeta_{вх}$, используемый при определении необходимого напора тягодутьевых устройств. Поэтому его определение средствами численного моделирования представляет важную практическую задачу. На рис. 7 приведена зависимость $\zeta_{вх}$ циклонного устройства от коэффициента саморециркуляции $k_c$. Как видно из представленных результатов, расчетные и экспериментальные данные по $\zeta_{вх}$ хорошо соответствуют друг другу при $\overline{d}_{вых}$ = 0,2…0,3, при $\overline{d}_{вых}$ = 0,4 наблюдалось занижение расчетного значения $\zeta_{вх}$ на 14,9 % (см. таблицу).

В целом, зависимость $\zeta_{вх} = f(k_c)$ имеет характер, аналогичный зависимости $\overline{w}_{\varphi m} = f(k_c)$, и до некоторого значения $k_c$ убывает линейно, после чего уменьшается более заметно, что связано с падением крутки потока при аксиальной подаче рециркуляционного воздуха.

На рис. 8 сопоставлены экспериментальное и расчетное распределения избыточного статического давления по радиусу циклонной камеры, а на рис. 9 показана зависимость $\overline{w}_{\varphi m}$ от безразмерного статического давления на стенке камеры $\overline{p}_{ск}$. Как видно, в обоих случаях расчетные значения характеристик вполне удовлетворительно соответствуют экспериментальным данным.

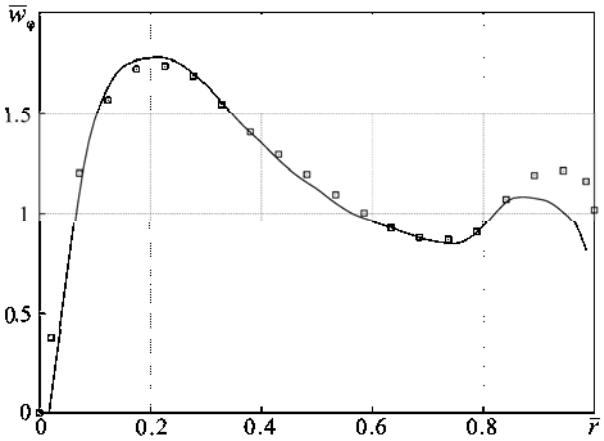


Рис. 4. Распределение $\overline{w}_\varphi$ по радиусу камеры. Значками обозначены экспериментальные данные, линией – расчет; $\overline{d}_{вых}$ = 0,2 и $k_c$ = 0,371

Рис. 5. Распределение осевых и радиальных скоростей в сечении циклонной камеры

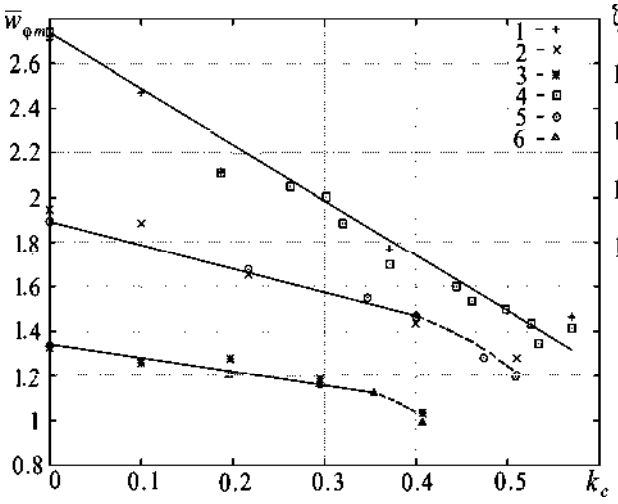


Рис. 6. Зависимость $\overline{w}_{\varphi m}$ от $k_c$:
1, 2, 3 – численное моделирование; 4, 5, 6 – эксперимент;
1, 4 – $\overline{d}_{вых}$ = 0,2; 2, 5 – $\overline{d}_{вых}$ = 0,3; 3, 6 – $\overline{d}_{вых}$ = 0,4

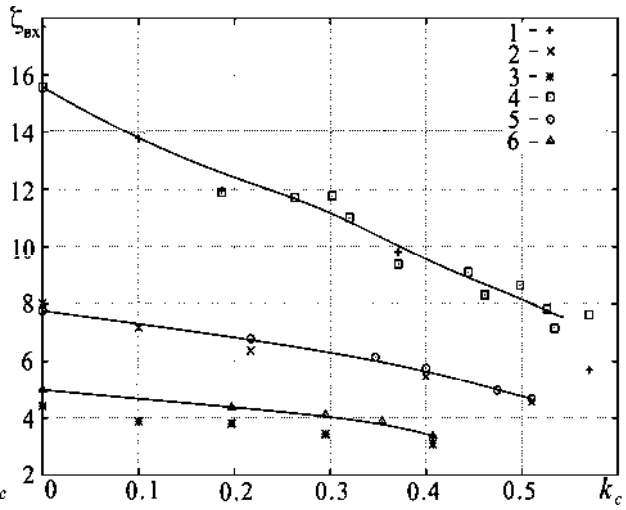


Рис. 7. Зависимость $\zeta_{вх}$ от $k_c$:
(обозначения приведены на рис. 6)

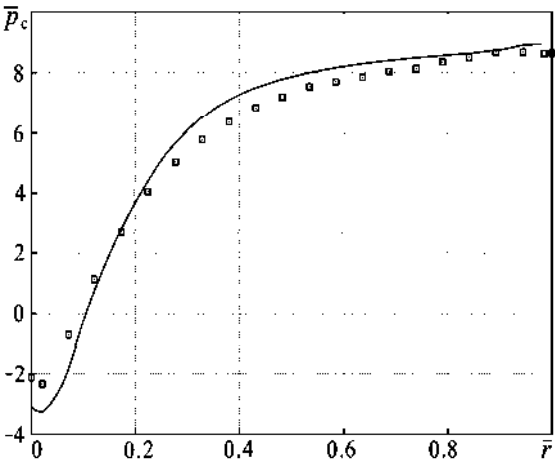


Рис. 8. Распределение $\bar{p}_c$ по радиусу камеры. Значки – экспериментальные данные, линия – численный расчет ($d_{вых}$ = 0,2; $k_c$ = 0,371)

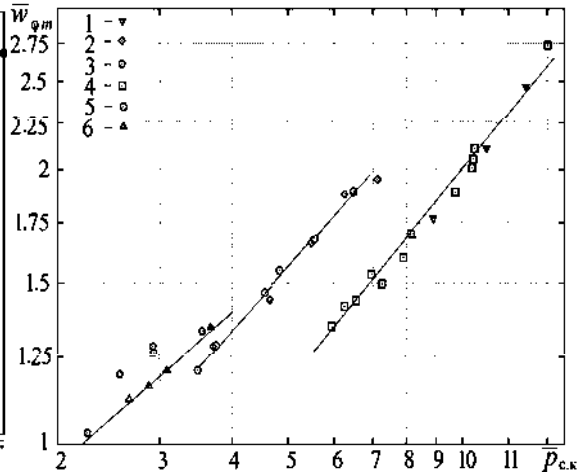


Рис. 9. Зависимость безразмерной максимальной тангенциальной скорости от $\bar{p}_{ск}$ (обозначения аналогичны рис. 6)

*Таблица*

**Сравнение результатов физического и численного моделирования**

| $\bar{d}_{вых}$ | $k_c$ | Относительное расхождение, % | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $\bar{w}_{\varphi m}$ | $\bar{r}_{\varphi m}$ | $\bar{P}_{с.к}$ | $\zeta_{вх}$ |
| 0,2 | 0,00 | 1,2 | 2,5 | 12,9 | 11,9 |
| 0,2 | 0,19 | 3,9 | 8,2 | 4,5 | 0,6 |
| 0,2 | 0,37 | 4,1 | 2,4 | 8,6 | 4,4 |
| 0,3 | 0,00 | 2,9 | 8,9 | 9,1 | 3,2 |
| 0,3 | 0,22 | 1,3 | 8,9 | 1,3 | 6,5 |
| 0,3 | 0,40 | 2,0 | 7,1 | 2,0 | 1,2 |
| 0,3 | 0,51 | 6,0 | 1,6 | 5,5 | 2,1 |
| 0,4 | 0,00 | 1,2 | 10,2 | 3,4 | 12,7 |
| 0,4 | 0,20 | 5,6 | 8,5 | 5,7 | 14,9 |
| 0,4 | 0,30 | 2,2 | 10,2 | 7,1 | 14,7 |
| 0,4 | 0,41 | 4,3 | 4,6 | 5,0 | 4,0 |

В таблице приведены данные об относительных расхождениях результатов численного моделирования и эксперимента по основным аэродинамическим характеристикам циклонной камеры при различных значениях $\bar{d}_{вых}$ и $k_c$. Как видно из таблицы, наибольшее расхождение величин $\bar{w}_{\varphi m}$ не превышает 6 %, $\bar{r}_{\varphi m}$ – 10,2 %, $\zeta_{вх}$ – 14,9 %, $\bar{P}_{с.к}$ – 12,9 %.

Основные выводы по результатам выполненной работы:

1. Расчеты сильно закрученного течения, основанные на моделях SARC и k-ω-SST-RC, менее точны, чем с использованием моделей семейства RSM, но из-за лучшей сходимости и устойчивости вычислений их можно применять для случаев сложной геометрии моделируемых устройств.

2. Численное моделирование может с успехом использоваться для изучения аэродинамики циклонных устройств, в том числе с внешней саморециркуляцией газов, наравне с лабораторными исследованиями традиционными зондовыми методами и с применением современных ЛДИС-технологий. При правильно выбранных параметрах моделирования и модели турбулентности оно может давать сопоставимые с экспериментом результаты.

Литература

1. *Загоскин, А.А.* К вопросу о физическом и математическом моделировании аэродинамики циклонных устройств с внешней саморециркуляцией газов / [А.А. Загоскин и др.] // Наука XXI века: Проблемы академической мобильности исследователя и методологии исследования. – Архангельск, 2012. – С. 89 – 96.

2. *Карпов, С.В.* К вопросу о физическом моделировании внешней саморециркуляции газов в циклонных устройствах / С.В. Карпов, Э.Н. Сабуров, А.А. Загоскин // Сб. трудов VII Международной науч.-техн. конференции «Ав-

томатизация и энергосбережение». 13–15 марта 2012 г. – Вологда, 2012. – С. 174 – 177.

3. *Карпов, С.В.* Высокоэффективные циклонные устройства для очистки и теплового использования газовых выбросов / С.В. Карпов, Э.Н. Сабуров. – Архангельск, 2002.

4. *Сабуров, Э.Н.* Циклонные нагревательные устройства с интенсифицированным конвективным теплообменом / Э.Н. Сабуров. – Архангельск, 1995.

5. *Сабуров, Э.Н.* Теория и практика циклонных сепараторов, топок и печей / Э.Н. Сабуров, С.В. Карпов ; под ред. Э.Н. Сабурова. – Архангельск, 2000.

6. *Смирнов, Е.М.* Течения вязкой жидкости и модели турбулентности: методы расчета турбулентных течений / Е.М. Смирнов, А.В. Гарбарук. – СПб, 2010.

7. *Hellsten, A.* Some Improvements in Menter's k-omega SST Turbulence Model / A. Hellsten // AIAA-98-2554, 1998.

8. *Qiang, Z.* A new simpler rotation/curvature correction method for Spalart–Allmaras turbulence model / Qiang Zhang, Yong Yang // Chinese Journal of Aeronautics. – 2013. – V. 26. – Issue 2. – 2013. – P. 326 – 333.

9. *Sentyabov, A.V.* Investigation of turbulence models for computation of swirling flows / A.V. Sentyabov, A.A. Gavrilov, A.A. Dekterev // Thermophysics and aeromechanics. – 2011. – V. 18. – P. 73 – 85.

10. *Shalaby, H.* Comparative study of the continuous phase flow in a cyclone separator using different turbulence models / H. Shalaby // International journal for numerical methods in fluids. – 2005. – P. 1175 – 1197.

11. *Shur, M.L.* Turbulence Modeling in Rotating and Curved Channels: Assessing the Spalart-Shur Correction / M.L. Shur, M.K. Streles, A.K. Travin, P.R. Spalart // AIAA Journal. – 2000. – V. 38. – № 5. – P. 784 – 792.

12. *Smirnov, P.* Sensitization of the SST turbulence model to rotation and curvature by applying the Spalart – Shur correction term / P. Smirnov, F. Menter // Proc. ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air, 2008.

13. *Wang, B.* Numerical study of gas-solid flow in a cyclone separator / B. Wang // Third International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries. – 2003. – P. 371 – 377.

УДК 519.6

***А.В. Максимов, О.Г. Максимова, Я.А. Соловьева***

# МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ СТРУКТУР В ФИЗИКЕ ПЛАЗМЫ, ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ И ЭКОНОМИКЕ

В работе на основе синергетического подхода для описания эволюции информационных и бизнес-структур применяется модель тепловых структур, используемая в нелинейной физике плазмы и теории горения. Исследованы различные сценарии развития структур: «застоя» – при отсутствии прогресса; «коэволюции» – совместное изменение и сосуществование в ходе их развития; «элиты» – предпочтительное развитие одной структуры; «научно-технической революции (НТР)» как существенный прогресс в развитии всех структур и др.

Синергетика, модель тепловых структур, физика плазмы, теория горения, теория информации, экономика, моделирование.

In this work, based on synergistic approach for the description of evolution of information and business structures, the model of thermal structures applied in nonlinear Physics of plasma and combustion theory is used. The different scenarios of the development of structures have been studied, such as “stagnation“ – without progress, “coevolution”– joint change and coexistence in their development, “elite” – a preferred development of one structure; “scientific-technical revolution” as an essential progress in the development of all structures etc.

Synergetic, model of thermal structures, Physics of plasma, combustion theory, information theory, economics, and simulation.

В конце XX в. в теории управления, кибернетике, экономике, социологии и множестве других дисциплин наиболее яркими и важными оказались результаты исследования нелинейных сред, в которых есть только два конкурирующих процесса [3]. Это нелинейный источник $Q(T)$, отражающий положительную обратную связь, и диссипативный процесс, нелинейность которого определяется коэффициентом $k(T)$ в уравнении второго порядка:

$$\partial T/\partial t = \partial/\partial x\left[k(T)\,\partial T/\partial x\right] + Q(T) \qquad (1)$$

где переменная $t$ – время, а функции $k(T)$ и $Q(T)$ имеют степенной вид:

$$k(T) = k_0 T^{\sigma},\ Q(T) = q_0 T^{\beta}. \qquad (2)$$

Модель (1) называют *моделью тепловых структур.* Ее название связано с происхождением: первоначально она представлялась как упрощенная модель для исследования ряда процессов в физике плазмы и теории управляемого термоядерного синтеза [1]. Эту модель можно использовать для феноменологического описания распространения информации в научном сообществе или развития экономических структур (см. таблицу). В данной работе будет использован простейший вариант модели тепловых структур [3], в котором *источник* не зависит от времени. Показатели степени в уравнении (1) $\beta > 0$ и